

المعادلات والمتراجحات

مادة: الرياضيات
الدورة: الثانية

المستوى: الثالثة ثانوي إعدادي

التدبير الزمني: 6h (6 حصص)

المؤسسة: الثانوية الإعدادية الجبهة

الأستاذ: مصطفى احمـوـث

التعلّيمات المستهدفة

- ✓ حل معادلة بتوظيف تقنيات الحساب العددي.
- ✓ حل متراجحة باستعمال تقنيات الحساب العددي.
- ✓ اكتساب منهجية تربيض الوضعيات وحل المسائل باستعمال المعادلات والمتراجحات.
- ✓ تمثيل الحلول على مستقيم مدرّج والتحقق من النتائج وتأويلها.

المكتسبات القبلية

- ✓ حل معادلة من الدرجة الأولى أو تؤول إليها.
- ✓ حل متراجحة من نوع $ax+b \leq c$ حيث $a > 0$ و b و c أعداد جذرية.
- ✓ تربيض مسائل بسيطة تستوجب حل معادلة أو متراجحة من النوع السابق الذكر.
- ✓ مبرهنة فيثاغورس المباشرة.
- ✓ المتفاوتة المثلثية.

الامتدادات

- ✓ جميع فصول البرنامج الدراسي المقرر لهذا المستوى.
- ✓ حل معادلات ومتراجحات من الدرجة الثانية.
- ✓ حل مسائل من مواد دراسية وميادين أخرى: الفيزياء، الكيمياء، الاقتصاد، الهندسة المعمارية



<http://ad2math.com>

معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:نشاط 1:

تذكير المتعلم بمفهوم معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

تعريف:

تقديم المفهوم وكتابته على السبورة وفي دفتر الدروس بالنسبة للتلميذ لتذكره أثناء المراجعة.

أمثلة:

ترسيخ المفهوم عند التلاميذ.

ملاحظات:

تنبيه المتعلم إلى أن كل متساوية يمكن كتابتها على شكل $ax = b$ حيث a و b عدنان حقيقيان معلومان هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x ، بالإضافة إلى معرفة معنى حل معادلة.

حل المعادلة $ax = b$:

معرفة كيفية حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

تطبيق 1 و 2 و 3:

ترسيخ المفهوم عند المتعلم ومعرفة كيفية تطبيقه.

التمرينان 1 و 2:

ينجزان في المنزل ويصححان في بداية الحصة الموالية.

نهاية الحصة الأولى

نشاط 1:

الميزان التالي في حالة توازن:



1. علما أن وزن كل من الهرمين بالغرام هو x ، أكتب المتساوية التي يحققها هذا التوازن.
2. حدّد قيمة x في حالة هذا التوازن.

نشاط 2:

حدّد قيمة x في كل من الحالات التالية:

$$2x = 6 \text{ و } 0x = 3 \text{ و } 0x = 0 .$$

I. معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:1. تعريف:

المتساوية $ax + b = c$ حيث a و b عدنان حقيقيان معلومان تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .

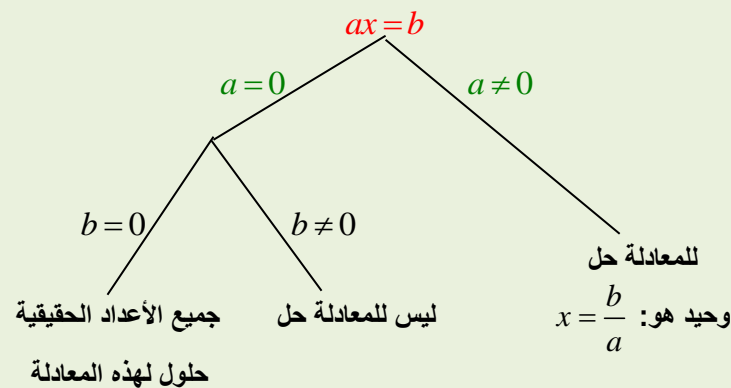
أمثلة:

$$2x - 3 = 0 \text{ و } -\sqrt{3}x + 5 = 0 \text{ و } 5x + 2\sqrt{7} = 0$$

هي معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

ملاحظات:

- ✓ كل متساوية يمكن كتابتها على شكل $ax = b$ حيث a و b عدنان حقيقيان معلومان هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .
- ✓ حل المعادلة $ax + b = 0$ هو إيجاد قيمة x التي تحقق المتساوية $ax + b = 0$ ، وهذه القيمة تسمى حلا للمعادلة.

2. حل المعادلة $ax = b$:التمرين 1:

حل المعادلات التالية:

$$14x - 4 = 11 - x$$

$$2x - 7 = 2(x - 3) + x$$

$$3(4x + 2) - 3 = 5x$$

التمرين 2:

التمرين 42 ص 67 من كتاب التلميذ (المفيد في الرياضيات).

تطبيق 1:

لنحل المعادلة $x\sqrt{2}-1=0$:

$$x\sqrt{2}-1=0$$

$$x\sqrt{2}=1$$

$$x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

للمعادلة حل وحيد هو $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

تطبيق 2:

لنحل المعادلة $3(2x-3)+5x=5x-2(1-3x)$:

$$3(2x-3)+5x=5x-2(1-3x)$$

$$6x-9+5x=5x-2+6x$$

$$11x-9=11x-2$$

$$11x-11x=-2+9$$

$$0x=7$$

ليس للمعادلة حل.

تطبيق 3:

لنحل المعادلة $7x+3(1-5x)=4x-4(3x-3)-9$:

$$7x+3(1-5x)=4x-4(3x-3)-9$$

$$7x+3-15x=4x-12x+12-9$$

$$-8x+3=-8x+3$$

$$-8x+8x=3-3$$

$$0x=0$$

جميع الأعداد الحقيقية حلول لهذه المعادلة.

التمرين 3:

التمرين 25 ص 66 من كتاب التلميذ (المفيد في الرياضيات).

3. حل المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ حيث $a \neq 0$ و $c \neq 0$:

تذكير:

$A \times B = 0$ تعني $A = 0$ أو $B = 0$.

حل المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ حيث $a \neq 0$ و $c \neq 0$:

$(ax+b)(cx+d)=0$ يعني $ax+b=0$ أو $cx+d=0$

$ax=-b$ أو $cx=-d$

$x=\frac{-b}{a}$ أو $x=\frac{-d}{c}$

للمعادلة حلان هما $\frac{-b}{a}$ و $\frac{-d}{c}$.

تطبيق 1:

لنحل المعادلة $(3x+4)(2x-\sqrt{5})=0$:

$(3x+4)(2x-\sqrt{5})=0$ يعني $3x+4=0$ أو $2x-\sqrt{5}=0$

$3x=-4$ أو $2x=\sqrt{5}$

$x=-\frac{4}{3}$ أو $x=\frac{\sqrt{5}}{2}$

للمعادلة حلان هما $\frac{-4}{3}$ و $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

تطبيق 2:

لنحل المعادلة $3x(2-7x)(x+11)=0$:

$3x(2-7x)(x+11)=0$ يعني $3x=0$ أو $2-7x=0$ أو $x+11=0$

$x=0$ أو $7x=2$ أو $x=-11$

$x=0$ أو $x=\frac{2}{7}$ أو $x=-11$

للمعادلة ثلاثة حلول هم 0 و $\frac{2}{7}$ و -11 .

التمرين 4:

التمرين 47 ص 67 من كتاب التلميذ (المفيد في الرياضيات).

نشاط 3:

التذكير بأن المتساوية $A \times B = 0$ تعني $A = 0$ أو $B = 0$ ، يعتبر نشاطا لتقديم مفهوم حل المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ حيث a و b عدنان حقيقيان معلومان.

تصحيح التمرينين 1 و 2:

تقويم التلاميذ من أجل الدعم والمعالجة.

نشاط 3 و تذكير:

تذكير المتعلم بأن $A \times B = 0$ تعني أن $A = 0$ أو $B = 0$ ، وذلك من أجل تمهيده لمعرفة كيفية حل معادلة على شكل $(ax+b)(cx+d)=0$ حيث a و b و c و d أعداد حقيقية معلومة و $a \neq 0$ و $c \neq 0$.

حل المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$:

معرفة كيفية حل معادلة على شكل

$(ax+b)(cx+d)=0$

تطبيق 1 و 2:

ترسيخ المفهوم عند المتعلم ومعرفة كيفية تطبيقه.

التمرينان 3 و 4:

ينجزان في المنزل ويصححان في بداية الحصة الموالية.

نهاية الحصة الثانية

تصحیح التمرینین 3 و4:

يستحسن تصحيح فقط بعض المعادلات التي يراها الأستاذ مناسبة للتقويم ليكفي الوقت المخصص للحصة وذلك لتقويم التلاميذ من أجل الدّعم و المعالجة.

مسائل تؤول في حلها إلى معادلات من الدرجة الأولى

بمجهول واحد:

نشاط 4:

تقديم مثال بسيط لمسألة كي يعرف المتعلم على أن المسألة هي وضعية مشكلة يتطلب حلها تذكر مفاهيم في الرياضيات وتقنيات الحساب العددي، وتنبهه إلى أن المفهوم الذي نحن بصدد التعرف عليه هو مسائل يتطلب حلها حل معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

مراحل حل مسألة:

التعرّف على المراحل التي يجب اتباعها لحلّ مسألة.
مثال تطبيقي لحلّ مسألة:

ترسيخ المفهوم عند المتعلم ومعرفة كيفية تطبيقه.

التمرين 5:

ينجز في المنزل ويصحّح في بداية الحصة الموالية.

نهاية الحصة الثالثة

(حصة الدّعم)

تصحیح التمرين 5:

تقويم التلاميذ من أجل الدّعم والمعالجة.

التمرين 6:

ينجز ويصحّح من أجل الدّعم والمعالجة.

التمرين 7:

ينجز في المنزل ويصحّح في بداية الحصة الموالية.

نهاية الحصة الرابعة

نشاط 4:

عمر محمّد 30 عاما.
كم سيصبح عمره بعد 8 سنوات؟

4. مسائل تؤول في حلها إلى معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

مراحل حل المسألة:

- ✓ قراءة نص المسألة بتمعن.
- ✓ اختيار المجهول.
- ✓ صياغة المعادلة.
- ✓ حل المعادلة.
- ✓ التحقق من الحل والرجوع إلى المسألة.

مثال تطبيقي لحل مسألة:

عمر أب 36 سنة وعمر ابنه أربع سنوات.
بعد كم سنة سيصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه؟

الحل:

• اختيار المجهول:

ليكن x عدد السنوات التي بعدها سيصبح عمر الأب ضعف ابنه.

• صياغة المعادلة:

بعد x سنة سيصبح عمر الأب $36+x$ سنة، وعمر الابن $4+x$ سنة.
وحيث أنه بعد x سنة سيصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه فإنه يجب حل المعادلة:

$$36+x=2(4+x)$$

• حل المعادلة:

$$36+x=2(4+x)$$

$$36+x=8+2x$$

$$x-2x=8-36$$

$$-x=-28$$

$$x=28$$

• التحقق من الحل والرجوع إلى المسألة:

بعد 28 سنة سيصبح عمر الأب $36+28$ أي 64 سنة

وسيصبح عمر الابن $4+28$ أي 32 سنة.

هذا الحل يوافق معطيات المسألة لأن $64=2\times 32$.

إذن بعد 28 سنة سيصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه.

التمرين 5:

أب عمره ضعف عمر ابنه، وقبل اثني عشر سنة كان عمر الأب ثلاث مرات عمر ابنه.
ما هو عمر الابن الآن؟

التمرين 6:

في مجّع سياحي، نصف السياح بلجيكيون، وثلثهم هولنديون، و سبعة منهم فرنسيون، بالإضافة إلى ثلاثة إسبان.
كم هو عدد سياح هذا المجمع؟

التمرين 7:

اشترى تاجر قطعة من الثوب بمبلغ 325 درهما، ثم باعها بثمن 28 درهما للمتر الواحد محققا ربحا يقدر ب 3 دراهم للمتر الواحد.
ما هو طول قطعة الثوب؟

التمرين 8:

التمرين 13 ص 65 من كتاب التلميذ (المفيد في الرياضيات).

II. المتراجحات:

1. تعريف:

كل متفاوتة يمكن كتابتها على شكل $ax \leq b$ أو $ax < b$ حيث a و b عدنان حقيقيان معلومان تسمى **متراجحة** من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .

ملاحظة:

حل المتراجحة $ax \leq b$ يعني إيجاد جميع قيم x التي تحقق المتفاوتة $ax \leq b$.

أمثلة:

المتفاوتات التالية تسمى متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

$$\sqrt{2x} > 1 \text{ و } 3x + 7 \leq x - 5 \text{ و } 0x \geq 0 \text{ و } \frac{3}{2}x + 4 \geq 0 \text{ و } 0x \geq -3$$

$$\text{و } 0x < -3$$

2. أمثلة تطبيقية لحل المتراجحات:

تطبيق 1:

• لنحل المتراجحة $2x + 1 \geq 0$

$$2x + 1 \geq 0$$

$$2x + 1 + (-1) \geq 0 + (-1)$$

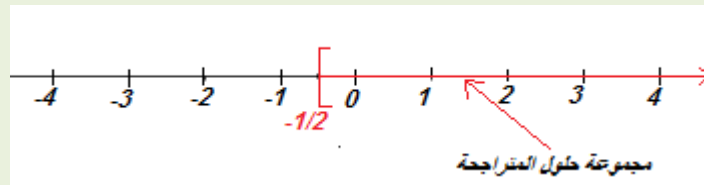
$$2x \geq -1$$

$$\frac{1}{2} \times 2x \geq \frac{1}{2} \times (-1)$$

$$x \geq \frac{-1}{2}$$

جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\frac{-1}{2}$ هي حلول لهذه المتراجحة.

• تمثيل الحلول على مستقيم مدرج:



التمرين 9:

التمرين 14 ص 65 من كتاب التلميذ (المفيد في الرياضيات).

نشاط 5:

نشاط 3 ص 59 من كتاب التلميذ (المفيد في الرياضيات).

تصحيح التمرين 7:

تقويم التلاميذ من أجل الدّعم والمعالجة.

المتراجحات:

نشاط 5:

تمهيد المتعلّم لمعرفة مفهوم المتراجحة.

تعريف:

تقديم المفهوم وكتابته على السبورة وفي دفتر الدروس بالنسبة للتلميذ لتذكره أثناء المراجعة.

ملاحظة:

معرفة معنى حلّ متراجحة.

أمثلة:

ترسيخ المفهوم عند التلاميذ.

أمثلة تطبيقية لحلّ متراجحة:

ترسيخ المفهوم عند المتعلّم ومعرفة كيفية تطبيقه.

التمرينان 8 و 9:

ينجزان في المنزل ويصحّحان في بداية الحصة الموالية.

نهاية الحصة الخامسة

(حصّة الدّعم)

تصحیح التمرینین 8 و9:

تقوم التلاميذ من أجل الدّعم والمعالجة.

التمرین 10:

ينجز ويصحّح من أجل الدّعم والمعالجة.

نهاية الحصّة السادسة

تطبيق 2:

• لنحل المتراجحة $-5x - 4 > 6$:

$$-5x - 4 > 6$$

$$-5x - 4 + 4 > 6 + 4$$

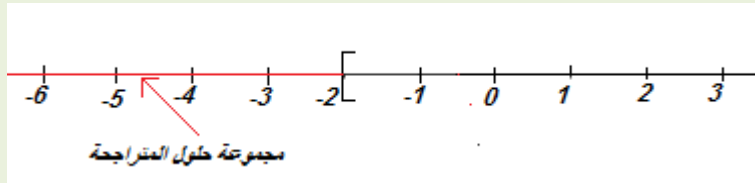
$$-5x > 10$$

$$\frac{-1}{5} \times (-5x) < \frac{-1}{5} \times 10$$

$$x < -2$$

جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعاً من -2 هي حلول لهذه المتراجحة.

• تمثيل الحلول على مستقيم مدرّج:



التمرین 10:

حل المتراجحتين التاليتين ممثلاً

الحلول على مستقيم مدرّج:

$$3x + 4 \leq 7$$

$$-x + 1 < -2$$