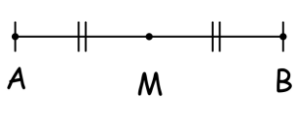



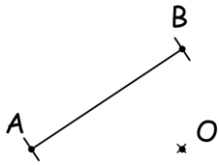
Matière : Mathématiques	<b>Symétrie centrale</b>	Prof : Fouad DARDOURI
Niveau : 1APIC		Collège : ISSABANAN
Semestre : 2 <a href="http://ad2math.com/">http://ad2math.com/</a>		Durée : 7 h

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES	PRÉREQUIS	EXTENSIONS
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ La symétrie centrale est un outil puissant pour étudier les figures dans le plan et les transformations géométriques qui conserve les distances.</li> <li>➤ La symétrie centrale est considérée comme un acquis qui il faut utiliser et le renforcer, qui forme avec le parallélogramme un outil efficace dans la résolution des problèmes variés (les quadrilatères particuliers ..... ) pour habituer les élèves à rédiger de petite démonstration et de justifier des constructions géométriques</li> <li>➤ Il faut se concentrer sur le fait que la symétrique centrale conserve les distances, l'alignement et mesure des angles en utilisant les mesures et l'observation.</li> <li>➤ Il ne faut pas présenter la symétrie centrale comme une application dans le plan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ La mesure et la comparaison des longueurs.</li> <li>➤ Parallélisme et perpendicularité</li> <li>➤ Symétrie axiale.</li> <li>➤ Les points alignés.</li> <li>➤ Le milieu d'un segment.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Parallélogramme.</li> <li>➤ Quadrilatères particuliers.</li> <li>➤ Deux parallèles et une sécante.</li> <li>➤ Les transformations géométriques.</li> </ul>
	<b>COMPÉTENCES EXIGIBLES</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.</li> <li>➤ Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un centre de symétrie à l'aide de la règle (Graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur.</li> <li>➤ L'étude de la conservation de distance, alignement, mesure des angles et la surface.</li> </ul>	

Activités	Contenu pédagogique	Applications
<p><b>Activité 1 :</b> Que représente le point <math>M</math> pour le segment <math>[AB]</math> ?</p> 	<p>1) Symétrique d'un point :</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>Définition</b></p> <p>On dit que le point <math>B</math> est le symétrique du point <math>A</math> par rapport au point <math>M</math> lorsque le point <math>M</math> est le milieu du segment <math>[AB]</math>.</p> </div> <p><b>Exemple :</b> On a <math>M</math> est le milieu du segment <math>[AB]</math>. Donc le point <math>B</math> est le symétrique du point <math>A</math> par rapport au point <math>M</math>.</p>  <p><b>REMARQUES :</b> On a aussi le point <math>A</math> est le symétrique du point <math>B</math> par rapport au point <math>M</math>. Et le point <math>M</math> est le symétrique du point <math>M</math> par rapport au point <math>M</math>.</p>	<p><b>Exercice d'application :</b> ABC est un triangle.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Construire le point <math>A'</math> le symétrique du point <math>A</math> par rapport au point <math>B</math>.</li> <li>2) Construire le point <math>B'</math> le symétrique du point <math>B</math> par rapport au point <math>C</math>.</li> <li>3) Construire le point <math>C'</math> le symétrique du point <math>C</math> par rapport au point <math>A</math>.</li> </ol>

### Activité 2 :

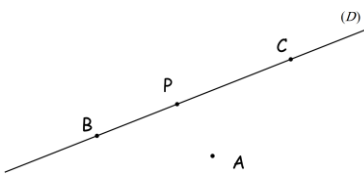
Recopie la figure ci-dessous.



- 1) Construire le point  $A'$  le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$ .
- 2) Construire le point  $B'$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$ .
- 3) Tracer le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à  $O$ .
- 4) Comparer les deux distances  $AB$  et  $A'B'$ .

### Activité 3 :

Recopie la figure ci-dessous :



- 1) Construire le point  $B'$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $A$ .
- 2) Construire le point  $C'$  le symétrique de  $C$  par rapport à  $A$ .
- 3) Déterminer le symétrique de la droite  $(D)$  par rapport à  $A$ .
- 4) Déterminer la position relative de la droite  $(D)$  et son symétrique par rapport à  $A$ , conclure.
- 5) Construire le point  $P'$  le symétrique de  $P$  par rapport à  $A$ .
- 6) Déterminer le symétrique de la demi-droite  $[PC)$  par rapport à  $A$ , conclure.
- 7) Comment ils sont les symétriques des points alignés  $B, P$  et  $C$ , conclure.

### 2) Symétrique d'un segment:

#### Propriété

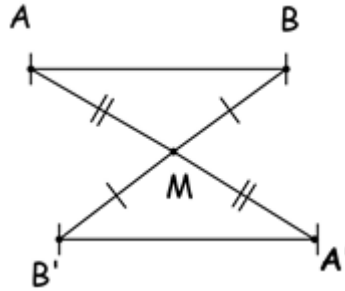
Le symétrique d'un segment  $[AB]$  par rapport à un point  $M$  est un segment  $[A'B']$  de même longueur.

Avec  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport au point  $M$ .

#### Exemple :

On a  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport au  $M$  et  $B'$  est le symétrique de  $B$  par rapport au  $M$ .

Donc le segment  $[A'B']$  est le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport au point  $M$ .  
Alors  $A'B' = AB$ .

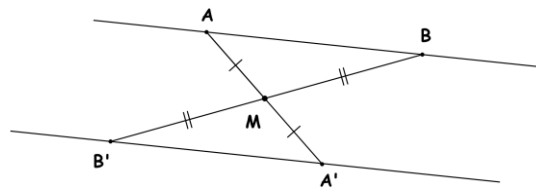


### 3) Symétrique d'une droite, demi-droite et alignement :

#### Propriété 1

Le symétrique d'une droite  $(AB)$  par rapport à un point  $M$  est une droite  $(A'B')$  parallèle à  $(AB)$ .  
Avec  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport au point  $M$ .

#### Exemple :



On a  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport au  $M$  et  $B'$  est le symétrique de  $B$  par rapport au  $M$ .  
Donc la droite  $(A'B')$  est le symétrique de la droite  $(AB)$  par rapport au point  $M$ .  
Alors  $(A'B') \parallel (AB)$ .

#### Propriété 2

Le symétrique d'une demi-droite  $[AB)$ , par rapport à un point  $M$ , est une demi-droite  $[A'B')$  tel que la droite  $(AB)$  est parallèle à  $(A'B')$ .  
Avec  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport au point  $M$ .

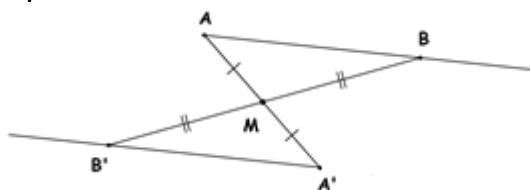
### Exercice d'application :

$ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ .

Tel que  $AB = 5 \text{ cm}$  et  $I$  est le milieu du segment  $[BC]$ .

- 1) Placer le point  $M$  le symétrique du point  $A$  par rapport au point  $I$ .
- 2) Calculer la distance  $CM$ .

**Exemple :**



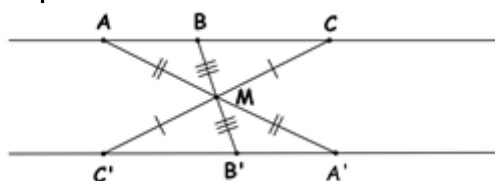
On a  $A'$  est le symétrique du  $A$  par rapport au  $M$  et  $B'$  est le symétrique du  $B$  par rapport au  $M$ .  
Donc la demi-droite  $[A'B')$  est le symétrique de la demi-droite  $[AB)$  par rapport au point  $M$ .  
Alors  $(A'B') // (AB)$ .

### Propriété 3

Les symétriques, par rapport à un point  $M$ , de trois points alignés  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont trois points alignés  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .

Avec  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  par rapport au point  $M$ .

**Exemple :**



On a  $A'$  est le symétrique du  $A$  par rapport au  $M$  et  $B'$  est le symétrique du  $B$  par rapport au  $M$  et  $C'$  est le symétrique du  $C$  par rapport au  $M$ .  
Et les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés.  
Donc les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sont alignés.

### 4) Symétrique d'un angle :

#### Propriété

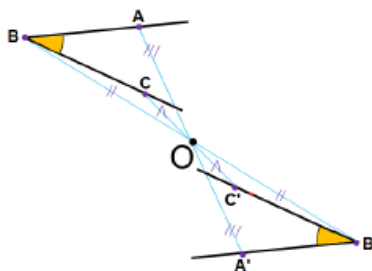
Le symétrique d'un angle  $\widehat{ABC}$  par rapport à un point  $M$  est un angle  $\widehat{A'B'C'}$  de même mesure.  
Avec  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  par rapport au point  $M$ .

**Exemple :**

On a  $A'$  est le symétrique du  $A$  par rapport au  $O$  et  $B'$  est le symétrique du  $B$  par rapport au  $O$  et  $C'$  est le symétrique du  $C$  par rapport au  $O$ .

Donc l'angle  $\widehat{A'B'C'}$  est le symétrique de l'angle  $\widehat{ABC}$  par rapport au  $O$ .

Alors  $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$



### Activité 4 :

$\widehat{BAC}$  un angle et  $O$  un point en dehors de  $\widehat{BAC}$ .

- 1) Tracer la demi-droite  $(MN)$  le symétrique de la demi-droite  $[AB)$  par rapport au point  $O$ .
- 2) Tracer la demi-droite  $(MP)$  le symétrique de la demi-droite  $[AC)$  par rapport au point  $O$ .
- 3) Comparer la mesure des deux angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{NMP}$ .

### Exercice d'application :

$ABC$  est un triangle et  $E$  un point du segment  $[BC]$ .

- 1) Placer les points  $E'$ ,  $C'$  et  $B'$  les symétriques respectifs des points  $E$ ,  $C$  et  $B$  par rapport au point  $A$ .
- 2) Déterminer le symétrique de la demi-droite  $[EC)$  par rapport à  $A$ .
- 3) Montrer que  $(C'B')$  est parallèle à la droite  $(CB)$ .
- 4) Prouver que les points  $C'$ ,  $B$  et  $E'$  sont alignés.

### Exercice d'application :

$ABC$  est un triangle, tel que :  $\widehat{BAC} = 55^\circ$  et  $E$  un point en dehors de  $ABC$ .

- 1) Placer les points  $M$ ,  $N$  et  $P$  les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  par rapport au point  $E$ .
- 2) Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{NMP}$

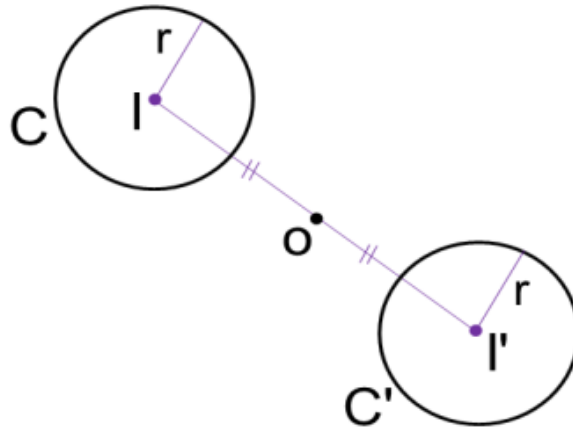
**Activité 5 :**

( $C$ ) cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$  et  $I$  un point en dehors ( $C$ ), et le point  $A$  sur le cercle ( $C$ ).

- 1) Placer les points  $O'$  et  $A'$  les symétriques respectifs des points  $O$  et  $A$  par rapport au point  $I$ .
- 2) Montrer que  $O'A' = OA$
- 3) Conclure.

**5) Symétrique d'un cercle :****Propriété**

Le symétrique d'un cercle de centre  $O$  est un cercle de même rayon et son centre  $O'$  le symétrique du  $O$  par rapport au même point  $I$ .

**Exemple :**

On a les deux cercles ( $C$ ) et ( $C'$ ) de même rayon  $r$  et  $I'$  le symétrique du  $I$  par rapport au  $O$ .  
Donc le cercle ( $C'$ ) le symétrique du cercle ( $C$ ) par rapport au  $O$ .

**Exercice d'application :**

( $C$ ) cercle de centre  $O$  et de rayon  $3cm$  et  $I$  un point en dehors ( $C$ ).

- 1) Placer le point  $O'$  le symétrique du point  $O$  par rapport au point  $I$ .
- 2) Tracer un cercle ( $C'$ ) de centre  $O'$  et de rayon  $3cm$ .
- 3) Que peut tu dire des cercles ( $C$ ) et ( $C'$ ) par rapport au  $I$ .