

**تمرين 01 :** نعتبر الدالة المعرفة كمايلي :  $f(x) = \frac{3-x^2}{1+x^2}$

(1) حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة ثم ادرس زوجيتها.

(2) تحقق أن  $f$  متصلة على مجموعة تعريفها

(3) تحقق أن :  $\forall x \in D_f \quad f(x) = -1 + \frac{4}{1+x^2}$

(4) ليكن  $a$  و  $b$  عنصرين من  $IR^+$  حيث  $a < b$  ، بين أن :  $f(a) > f(b)$

(5) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(6) احسب  $f([0, 1])$  و  $f([2, 3])$  و  $f([-2, 0])$  و  $f(-\infty, -1])$  و  $f(-\infty, 1])$

(7) بين أن  $f$  تقابل من  $IR^+$  نحو مجال  $J$  يجب تحديده .

(8) احسب  $f^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $J$

**تمرين 02 :** نعتبر الدالة المعرفة كمايلي :  $f(x) = x\sqrt{x} + x^3 - 3$

1 حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة

2 تحقق أن  $f$  متصلة على مجموعة تعريفها

3 ادرس رقابة الدالة  $f$  على حيز تعريفها .

4 بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1 < \alpha < 4$

**تمرين 03 :** نعتبر الدالة  $\varphi$  المعرفة بمايلي :  $\varphi(x) = 2 - \sqrt[3]{x^2 - 1}$

(1) حدد  $D_\varphi$  احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$

(2) بين أن  $\varphi$  متصلة على  $D_\varphi$

(3) ليكن  $g$  قصور الدالة  $\varphi$  على  $I = [1; +\infty[$

(a) بين أن لكل  $a, b \in I$  :  $a < b \Leftrightarrow g(a) > g(b)$

(b) بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يجب تحديده.

(c) حدد دون استعمال صيغة  $g^{-1}([0; 1])$

(d) حدد  $g^{-1}(x)$  لكل  $x \in J$

(e) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من  $]2; 1]$  يحقق  $2 - \alpha = \sqrt[3]{\alpha^2 - 1}$

(f) باستعمال طريقة التفرع الثنائي اعط تأطيرا للعدد  $\alpha$  سعته  $5 \times 10^{-1}$

**تمرين 04 :** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بمايلي :  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x}$

(1) حدد  $D_f$  أحسب  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن  $f$  متصلة على  $D_f$

(3) ليكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على  $I = [2; +\infty[$

(a) تحقق أن  $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$  ثم استنتج أن  $g$  تزايدية قطعاً على  $I = [2; +\infty[$

(b) استنتج أن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يجب تحديده.

(c) حدد  $g^{-1}([0; 2])$  حدد دون استعمال صيغة  $g^{-1}(x)$

(d) حدد  $g^{-1}(x)$  لكل  $x \in J$

(4) بين أن المعادلة  $x - 1 = g(x)$  تقبل على الأقل حلاً في المجال  $]2; 4]$

**تمرين 05 :** نعتبر الدالة  $\mu$  المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بمايلي :  $\mu(x) = 1 - x\sqrt[3]{x}$

(a) حدد  $D_\mu$

(b) بين أن  $\mu$  تقابل من  $D_\mu$  نحو مجال  $J$  يجب تحديده.

(c) حدد  $\mu^{-1}([-15; 0])$  حدد دون استعمال صيغة  $\mu^{-1}(x)$

(d) حدد  $\mu^{-1}(x)$  لكل  $x \in J$

**تمرين 06 :** نعتبر الدالة  $\mu$  المعرفة بمايلي :  $\mu(x) = (\sqrt[3]{1-x} - 1)^3 + 1$

(a) بين أن  $\mu$  تقبل دالة عكسية  $\mu^{-1}$  من نحو  $\mathbb{R}^+$  مجال  $J$  يجب تحديده.

(b) حدد  $\mu^{-1}([-15; 0])$  حدد دون استعمال صيغة  $\mu^{-1}(x)$

(c) حدد  $\mu^{-1}(x)$  لكل  $x \in J$

**تمرين 07 :** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بمايلي :  $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}}$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) نقبل أن  $f$  تزايدية قطعاً على  $\mathbb{R}$  بين أن  $f$  تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو مجال  $J$  يجب تحديده.

(3) حل في المعادلة :  $f^{-1}\left(\sqrt[3]{\frac{x^2}{2}}\right) = x$