مؤسسة لدروس الدعم و التقوية	ملخص الاشتقاق – دراسة الدوال الموسم الدراسي 2016/2015	ذ : عبدالله العباسي الثانية بكالوريا علوم تجريبية A

f زوجية	$(\forall x \in D_f) : (-x \in D_f$ و $f(-x) = f(x))$	(C_f) متماثل بالنّسبة لمحور الأراتيب	يكفي دراسة f على $D_f \cap \mathbb{R}^+$.
f فردية	$(\forall x \in D_f) : (-x \in D_f$ و $f(-x) = -f(x))$	(C_f) متماثل بالنّسبة لأصل المعلم	يكفي دراسة f على $D_f \cap \mathbb{R}^+$.

(C_f) له محور تماثل: $(\Delta) : x = \alpha$	$(\forall x \in D_f):\ ((2\alpha - x) \in D_f$ و $f(2\alpha - x) = f(x))$	يكفي دراسة f على $D_f \cap [\alpha, +\infty[$.
(C_f) له مركز تماثل: $\Omega(a,b)$	$(\forall x \in D_f):\ ((2a - x) \in D_f$ و $f(2a - x) = 2b - f(x))$	يكفي دراسة f على $D_f \cap [a, +\infty[$.
f دورية: دورها T $(T > 0)$	$(\forall x \in D_f):\ ((x+T) \in D_f$ و $(x-T) \in D_f$ و $f(x+T) = f(x))$	يكفي دراسة f على مجال سعَته T .

$$\forall a \in \mathbb{R} : (a \times f)'(x) = a \times f'(x)$$
$$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$
$$(f \times g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$
$$\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2}$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt[n]{(x)^{n-1}}}$$
$$(\sqrt{f(x)})' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$
$$(\sqrt[n]{f(x)})' = \frac{1}{n} \times \frac{f'(x)}{\sqrt[n]{(f(x))^{n-1}}}$$
$$r \in \mathbb{Q}^* : ((f(x))^r)' = r \cdot f'(x) \times (f(x))^{r-1}$$
$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \times g'(f(x))$$
$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

الفروع اللاّنهائية

- $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = \infty$: المستقيم ذو المعادلة $x = \alpha$ مقارب رأسي
- $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \beta$: المستقيم ذو المعادلة $y = \beta$ مقارب أفقي
- $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$:
  - $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$: فرع شلجمي اتجاهه محور الأراتيب
  - $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$: فرع شلجمي اتجاهه محور الأفاصيل
  - $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = a (\neq 0)$:
    - $\lim\limits_{x \to \infty} (f(x) - ax) = \infty$: فرع شلجمي اتجاهه المستقيم ذو المعادلة $y = ax$
    - $\lim\limits_{x \to \infty} (f(x) - ax) = b$: المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ مقارب مائل

(المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار ∞) $\Leftrightarrow$ ($\lim\limits_{x \to \infty} (f(x) - (ax+b)) = 0$).

إذا كانت f قابلة للاشتقاق في a فإنّ f متّصلة في a و العكس ليس دائماً صحيح.

إذا كانت f قابلة للاشتقاق في a فإنّ (C_f) يقبل مماسّا في $M(a, f(a))$ معادلته: $y = f'(a) \cdot (x-a) + f(a)$.

إذا كانت f قابلة للاشتقاق في a فإنّ: $\varphi(x) = f'(a) \cdot (x-a) + f(a)$ هي الدالة التّآلفية المماسة للدالة f عند a .

إذا كانت f قابلة للاشتقاق على اليمين في a فإنّ (C_f) يقبل نصف مماس في $M(a, f(a))$ معادلته: $y = f'_d(a) \cdot (x-a) + f(a)$ و $x \geq a$.

إذا كانت f قابلة للاشتقاق على اليسار في a فإنّ (C_f) يقبل نصف مماس في $M(a, f(a))$ معادلته: $y = f'_g(a) \cdot (x-a) + f(a)$ و $x \leq a$.

إذا كانت f متّصلة في a و $\lim\limits_{x \to a+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \infty$) أو $\lim\limits_{x \to a-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \infty$) فإنّ (C_f) يقبل نصف مماس مواز لمحور الأراتيب في النّقطة $M(a, f(a))$.

إذا كانت $M(a, f(a))$ نقطة انعطاف فهذا لا يعني أنّ f قابلة للاشتقاق مرتّين في a .

يُمكن ل f أن تقبل مطرافاً في a دون أن تكون قابلة للاشتقاق في a .

كلّ دالة متّصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على I .

(F دالة أصلية ل f على مجال I)
ت ك اف ئ
$(\forall x \in I : F'(x) = f(x))$

$$(\sin(u(x)))' = u'(x) \times \cos(u(x))$$
$$(\cos(u(x)))' = -u'(x) \times \sin(u(x))$$
$$(\tan(u(x)))' = u'(x) \times (1 + \tan^2(u(x)))$$

$$\sin'(x) = \cos(x)$$
$$\cos'(x) = -\sin(x)$$
$$\tan'(x) = 1 + \tan^2(x)$$

$$r \in \mathbb{Q}^* : (x^r)' = r \times (x)^{r-1}$$
$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$
$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

بالتوفيق

x		a	
$f''(x)$	$-$	0	$+$
(C_f)	تقعّر		تحدّب

$M(a, f(a))$ نقطة انعطاف ل (C_f)

x		a	
$f''(x)$	$+$	0	$-$
(C_f)	تحدّب		تقعّر

$M(a, f(a))$ نقطة انعطاف ل (C_f)

x		a	
$f'(x)$	$+$	0	$-$

f تقبل قيمة قصوى في a ، المماس أفقي

x		a	
$f'(x)$	$-$	0	$+$

f تقبل قيمة دنيا في a ، المماس أفقي

النهاية	استنتاج	التأويل الهندسي للمنحنى (C_f) يقبل :
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a \quad (a \neq 0)$	f قابلة للاشتقاق في x_0	مماسا في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ معامله الموجه هو a
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$		مماسا أفقيا في النقطة $A(x_0; f(x_0))$
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a \quad (a \neq 0)$	f قابلة للاشتقاق على يمين x_0	نصف مماس على اليمين في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ معامله الموجه هو a
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$		نصف مماس أفقي على اليمين في النقطة $A(x_0; f(x_0))$
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موجه نحو الأسفل
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$		نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موجه نحو الأعلى
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a \quad (a \neq 0)$	f قابلة للاشتقاق على يسار x_0	نصف مماس على اليسار في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ معامله الموجه هو a
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$		نصف مماس أفقي على اليسار في النقطة $A(x_0; f(x_0))$
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موجه نحو الأعلى
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$		نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موجه نحو الأسفل

المنحنى (C_f)	المنحنى $(C_{f^{-1}})$
$A(a,b) \in (C_f)$	$A'(b,a) \in (C_{f^{-1}})$
يقبل مقاربا عموديا معادلته : $x = a$	يقبل مقاربا أفقيا معادلته : $y = a$
يقبل مقاربا أفقيا معادلته : $y = b$	يقبل مقاربا عموديا معادلته : $x = b$
يقبل مقاربا مائلا معادلته : $y = ax + b$	يقبل مقاربا مائلا معادلته : $y = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a}$ و يتم تحديد المعادلة انطلاقا من العلاقة : $x = ay + b$
يقبل مماسا (أو نصف مماس) عموديا	يقبل مماسا (أو نصف مماس) أفقيا
يقبل مماسا (أو نصف مماس) أفقيا	يقبل مماسا (أو نصف مماس) عموديا

بالتوفيق للجميع