

تمرين 3 :

- لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$
- 1 - حدد D مجموعة التعريف الدالة f
 - 2 - حدد نهايات f عند محداث D
 - 3 - أ - تحقق من أن : $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ لكل x من D
ب - ضع جدول التغيرات الدالة f
 - 4 - حدد صور المجالات التالية بالدالة f :
[-3; -2] و [2; +∞[و [0; 1[و] 1; 3]

تمرين 4 :

- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا في المجال I في كل حالة من الحالات التالية :
- 1 - $I = [0; 1]$ ، $f(x) = 7x^3 - x - 1$
 - 2 - $I =]0; \frac{\pi}{2}[$ ، $f(x) = \cos x - x$
 - 3 - $I =]-\infty; 0[$ ، $f(x) = \frac{x + x - 1}{x - 1}$

تمرين 5 :

- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ :
- $$f(x) = \frac{1 - \sqrt{x^3 + \sqrt{x}}}{x - 1}$$
- 1 - تحقق من أن لكل x من $]1; +\infty[$: $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$
 - 2 - بين أن الدالة f تناقصية قطعاً على $]1; +\infty[$.
 - 3 - أ - بين أن منحنى الدالة f يقطع محور الأفاصل في نقطة وحيدة أفصولها α ينتمي إلى المجال $]1; 2[$
ب - استنتج أن : $\alpha^2(\alpha - 2) = 1 - \alpha$
 - 4 - حدد إشارة $f(x)$ على المجال $]1; +\infty[$
 - 5 - بين أنه يوجد عدد وحي β في المجال $]1; 2[$ بحيث : $f(\beta) = \frac{1}{2}$

تمرين 6 :

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5$
- 1 - أ - بين أن f تزايدية قطعاً على المجال $]2; +\infty[$
ب - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $2 < \alpha < 4$
 - 2 - تحقق من أن العدد 3 هو مركز المجال $]2; 4[$ ثم أحسب $f(3)$ واستنتج أن $3 < \alpha < 4$
 - 3 - أحسب $f(3,5)$ واستنتج تأطيراً للعدد α
 - 4 - بالتتابع نفس الخطوات السابقة أعط تأطيراً للعدد α سعته $25 \cdot 10^{-2}$

تمرين 7 :

- لتكن f دالة عددية معرفة ومتصلة على $]0; 1[$ بحيث $f(]0; 1[) \subset]0; 1[$
- 1 - بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على الأقل حلاً في المجال $]0; 1[$
 - 2 - استنتج أن المعادلة $\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - x = 0$ تقبل على الأقل حلاً في المجال $]0; 1[$

تمرين 1 :

حدد النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x^2 + 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 + 4x - 5$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3-x+7}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+4}{3x^2+x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2+3x-2}{4-x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-3}{1-\sqrt{x+1}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+2}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-1}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{-\infty} \sqrt{x^2+3} + 2x, \quad \lim_{+\infty} \sqrt{2x^2+3} - x, \quad \lim_{+\infty} \sqrt{x^2+3} - x$$

$$\lim_{-\infty} \sqrt{x^2+x+1} + x, \quad \lim_{+\infty} \sqrt{x} - \sqrt{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x+6} + \sqrt{x+2} - 4}{x-2}$$

تمرين 2 :

* أدرس اتصال الدالة f في x_0 في الحالات التالية :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x-1}{x}; x > 0 \\ f(x) = \frac{1-\sqrt{1+\sin x}}{2x}; x \leq 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} f(x) = \frac{\sin 3x}{x}; x \neq 0 \\ f(0) = 3; x_0 = 0 \end{cases} \quad 1$$

$$f(0) = \frac{-1}{4}; x_0 = 0$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-x}; x > 1 \\ f(1) = 0; x_0 = 1 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x}}; x > 0 \\ f(x) = \frac{x}{1-\cos x}; x \leq 0 \\ f(0) = 0; x_0 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+|x|}{x}; x \neq 0 \\ f(0) = 1; x_0 = 0 \end{cases} \quad 5$$

** بين أن الدالتين التاليتين متصلتان على IR .

$$\begin{cases} g(x) = x - \sqrt{x-2}; x \geq 2 \\ g(x) = \frac{3}{3-x}; x < 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} f(x) = 2x^3 - x + 1; x < -1 \\ f(x) = 2 - \frac{2}{x+2}; x \geq -1 \end{cases}$$

*** لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = ax + 5b - a; x > 0 \\ f(x) = \frac{\sin ax}{bx}; x < 0 \\ f(0) = 4 \end{cases}$$

(a و b عدنان حقيقيان غير منعدمين)
حدد العددين a و b علماً أن الدالة f متصلة في 0