التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR ب :

$$\begin{cases} f(x) = x + e^{\frac{-1}{x}} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) أ – بين أن f متصلة على اليمين في الصفر .

ب – بين أن : $\lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = +\infty$. أول هندسيا النتيجة .

2) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x+1$ هو مقارب للمنحنى بجوار $+\infty$ و $-\infty$

3) أ – بين أن : $(\forall x \in]0;+\infty[) : \frac{f(x)}{x} = 1 - \left(\frac{-1}{x} e^{\frac{-1}{x}}\right)$

ب – استنتج أن f قابلة للأشتقاق على اليمين في الصفر. أول هندسيا النتيجة .

4) أ – بين أن : $(\forall x \in IR^*) : f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} e^{\frac{-1}{x}}$

ب - استنتج أن f تزايدية على $]0;+\infty[$ و على $]-\infty;0[$

ج – ضع جدول تغيرات الدالة f

5) أ – بين أن : $(\forall x \in IR^*) : f''(x) = \frac{1-2x}{x^4} e^{\frac{-1}{x}}$

ب – حدد تقعر (C) واستنتج نقطة انعطاف المنحنى (C)

6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-2 < \alpha < -1,5$

7) أرسم المنحنى (C).

التمرين الثاني :

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ ب :

$g(x) = 2x + (e^x - 1)$

بين أن : $(\forall x \in [0;+\infty[) : g(x) \geq 0$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ ب :

$f(x) = 2x - \ln(x + e^x)$

(C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ – بين أن : $(\forall x \in [0;+\infty[) : f(x) = x - \ln\left(\frac{x}{e^x} + 1\right)$

ب – أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ج - بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ هو مقارب للمنحنى بجوار $+\infty$

د – تحقق أن : $(\forall x \in [0;+\infty[) : f(x) \leq x$

2) أ – بين أن : $(\forall x \in [0;+\infty[) : f'(x) = \frac{g(x)}{e^x + x}$

ب – استنتج أن f تزايدية على $[0;+\infty[$ ثم ضع جدول تغيراتها

3) بين أن : $f'_d(0) = 0$. أول هندسيا النتيجة

4) أرسم المنحنى (C) .

(نقبل للمنحنى نقطة انعطاف أفصولها α محصور بين 2 و 2,5)

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR ب :

$f(x) = x^2 - 2(x-1)e^x$

ليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

أول هندسيا النتيجتين .

2) أ - بين أن : $(\forall x \in [0;+\infty[) : f(x) = x^2(1 - 2(x-1)\frac{e^x}{x^2})$

ب – أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. أول هندسيا النتيجتين .

3) أ - بين أن: $(\forall x \in IR) : f'(x) = 2x(1 - e^x)$

ب – بين أن: $(\forall x \in [0;+\infty[) : f'(x) \leq 0$

$(\forall x \in]-\infty;0]) : f'(x) \leq 0$

ج - استنتج أن f تناقصية على IR و ضع جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $1 < \alpha < 2$

5)أ – بين أن: $(\forall x \in IR) : f''(x) = (1 - e^x) - xe^x$

ب – بين أن $I(0;2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

ج – حدد معادلة المماس (T) في النقطة $I(0;2)$.

6)أرسم (T) و المنحنى (C)

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب :

$f(x) = (e^x - 4)\sqrt{e^x - 1}$

ليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

2)أ – بين أن لكل x من $]0;+\infty[$: $\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x - 4}{\sqrt{e^x - 1}} . \frac{e^x - 1}{x}$

ب – أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر .ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .

3) أ - بين أن : $(\forall x \in]0;+\infty[) : f'(x) = \frac{3e^x(e^x - 2)}{2\sqrt{e^x - 1}}$

ب – بين أن f تناقصية على $[0;\ln 2]$ وتزايدية على $[\ln 2;+\infty[$

4) أحسب $f(2\ln 2)$ ثم أنشئ المنحنى (C)