

**التمرين 1 :** في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛ نعتبر المستوى  $(P)$  والكرة  $(S)$  حيث :

$$(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$$

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$$

1. حدد مركز وشعاع الكرة  $(S)$  .
2. بين أن المستوى  $(P)$  مماس للكرة  $(S)$  وحدد نقطة تماسهما .

**التمرين 2 :** نعتبر في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛ المجموعة  $(S)$  حيث :

$$(S) = \{M(x, y, z) \in \mathcal{E} / x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6z + 4 = 0\}$$

1. بين أن  $(S)$  كرة محددا مركزها  $\Omega$  وشعاعها  $R$  .
2. ليكن  $(P)$  المستوى ذا المعادلة :  $2x + y - 2z + 1 = 0$  . بين أن  $(P)$  مماس للكرة  $(S)$  وحدد نقطة تماسهما .

$$3. \text{ ليكن } (Q) \text{ المستوى المار من النقطة } A\left(-\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right) \text{ و}$$

$$\vec{u}(1, 2, 2) \text{ متجهة منظمية عليه .}$$

- أ - بين أن  $(P)$  و  $(Q)$  متعامدان .
- ب - بين أن المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{AO}$  مستقيمتان .
- ج - بين أن الكرة  $(S)$  و المستوى  $(Q)$  يتقاطعان وفق دائرة محددا مركزها  $\omega$  وشعاعها  $r$  .

**التمرين 3:** الفضاء  $\mathcal{E}$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  بحيث :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$$

1. بين أن  $(S)$  كرة  $(S)$  مركزها  $\Omega(0, 2, -1)$  وشعاعها  $r = \sqrt{3}$  .
2. أ - تحقق من أن النقطة  $A(-1, 1, 0)$  تنتمي إلى الكرة  $(S)$  .  
ب - أكتب معادلة المستوى  $(P)$  المماس للكرة  $(S)$  في النقطة  $A$  .
3. أ - تحقق من أن :  $x + y + z - 2 = 0$  معادلة ديكرارية للمستوى  $(Q)$  المار من النقطة  $B(1, 3, -2)$  و  $\vec{n}(1, 1, 1)$  متجهة منظمية عليه .

ب - بين أن  $(Q)$  يقطع الكرة  $(S)$  وفق دائرة محددا مركزها وشعاعها

**التمرين 4 :** في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛ نعتبر  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  بحيث :

$$x^2 + y^2 + z^2 + x - \frac{1}{4} = 0$$

1. تحقق من أن  $(S)$  كرة محددا مركزها وشعاعها .
2. بين أن المستوى  $(P)$  ذا المعادلة :  $y + z - 1 = 0$  مماس للكرة  $(S)$  وحدد نقطة تماسهما .
3. نعتبر المستوى  $(Q)$  ذو المعادلة :  $2x - y + z + 1 = 0$  . أ - تحقق من أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متعامدان .

ب - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  .

ج - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  مماس للكرة  $(S)$  وحدد نقطة تماسهما .

د - بين أن تقاطع  $(S)$  و  $(O)$  دائرة  $(C)$  ؛ حدد مركزها وشعاعها .

**التمرين 5 :** نعتبر في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛ النقط :  $A(1, 2, -2)$  و  $B(0, 3, -3)$  و  $C(1, 1, -2)$  والمستوى  $(P)$  الذي معادلته :  $x + y - 3 = 0$  .

1. أ - أحسب مسافة النقطة  $\Omega(0, 1, -1)$  عن المستوى  $(P)$  .  
ب - استنتج أن معادلة ديكرارية للكرة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(0, 1, -1)$  والمماسة للمستوى  $(P)$  هي :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$  .
2. أ - حدد  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$  ثم استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  غير مستقيمية .  
ب - بين أن :  $x - z - 3 = 0$  معادلة ديكرارية للمستوى  $(ABC)$  .
3. أ - تحقق من أن الكرة  $(S)$  مماسة للمستوى  $(ABC)$  .  
ب - أحسب المسافة  $\Omega C$  واستنتج نقطة تماس  $(S)$  و المستوى  $(ABC)$  .

**التمرين 6 :** في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ؛ نعتبر النقطة  $A(2, 0, 2)$  و المستوى  $(P)$  ذا المعادلة :

$$x + y - z - 3 = 0$$

1. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D)$  المار من النقطة  $A$  و العمودي على المستوى  $(P)$  .
2. حدد إحداثيات  $B$  نقطة تقاطع المستقيم  $(D)$  و المستوى  $(P)$  .
3. نعتبر الكرة  $(S)$  التي مركزها  $A$  والتي تقطع المستوى  $(P)$  وفق الدائرة التي مركزها  $B$  وشعاعها  $2$  .  
أ - حدد شعاع الكرة  $(S)$  .  
ب - أكتب معادلة ديكرارية للكرة  $(S)$  .

**التمرين 7 :** الفضاء  $\mathcal{E}$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  . نعتبر النقط :

$$A(2, -1, 1) \text{ و } B(2, 3, -1) \text{ و } C(1, 1, 1)$$

1. أ - بين أن :  $\overline{AB} \wedge \overline{BC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  .  
ب - استنتج مسافة النقطة  $A$  عن المستقيم  $(BC)$  .
2. ليكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستقيم  $(BC)$  .  
بين أن  $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$  هو مثلث إحداثيات  $H$  .  
يمكن استعمال تمثيل بارامترى للمستقيم  $(BC)$  .
3. حدد معادلة ديكرارية للكرة التي أحد أقطارها  $[AH]$  .
4. أحسب مساحة المثلث  $ABC$  .

**التمرين 8 :** في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛ نعتبر النقط  $A(-1, 2, -1)$  و  $B(1, 0, 0)$  و  $C(2, 1, 0)$  .

1. أ - حدد مثلث إحداثيات المتجهة  $\overline{AO} \wedge \overline{AB}$  .  
ب - أحسب مساحة المثلث  $\Omega AB$  .  
ج - استنتج معادلة ديكرارية للمستوى  $(\Omega AB)$  .
2. أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(AB)$  .
3. نعتبر في  $\mathcal{E}$  ؛ الكرة  $(S)$  التي معادلته :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 1 = 0$  .  
أ - حدد مركز وشعاع الكرة  $(S)$  .  
ب - حدد تقاطع الكرة  $(S)$  و المستوى  $(\Omega AB)$  .  
ج - بين أن المستقيم  $(AB)$  يقطع الكرة  $(S)$  في نقطتين مختلفتين  $I$  و  $J$  ينبغي تحديدهما .