تمرين 1 :

1) حل المعادلات التالية بعد تحديد مجموعة تعريفها:

$\ln(2x+1)=1 \quad ; \quad \ln(x+1)+\ln(x+3)=0 \; ; \; \ln(x^2)=(2x-1)$

$2\log_5(x-1)=\log_5(x)+2 \; ; \; \ln(\frac{1}{x-1})+\ln(x)=1; \; \log_3(\frac{3x-1}{5-x})=2$

$\ln^2(x)+2\ln(x)-3=0 \quad ; \quad \ln^2(x+1)+3\ln(x+1)-4=0$

2) حل المتراجحات التالية بعد تحديد مجموعة تعريفها:

$\ln(x+1)>1 \quad ; \quad \ln(x+3)-2\ln(x-1)<0 \quad ; \ln(x^2+2x-3)\geq 0$

$\log(x+5)-\log(2x+1)\leq 0 \quad ; \quad \ln^2(x)-2\ln(x)-3>0$

$|\ln(x)-3|\leq 1 \quad ; \quad \log_2(x+3)-\log_2(1-2x)\geq 1$

تمرين 2:

أحسب النهايات التالية :

1) $\lim_{x\to 0^+} x\ln(\sqrt{x})$; 2) $\lim_{x\to 0^+} x\ln^2(x)$; 3) $\lim_{x\to 2^+}(x-2)\ln^3(x-2)$

4) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-x)}{x}$; 5) $\lim_{x\to -2}\frac{\ln(x+3)}{x+2}$; 6) $\lim_{x\to +\infty}\left|1+\frac{1}{x}\right|$

7) $\lim_{x\to e^+}\frac{\ln(\ln(x))}{x-e}$; 8) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(\cos(x))}{x}$; 9) $\lim_{x\to +\infty}\frac{\ln^2(x)}{x}$

10) $\lim_{x\to +\infty}(\ln(x)+x^2+2x)$; 11) $\lim_{x\to -\infty}(x+\ln(x^2+2x))$

12) $\lim_{x\to +\infty}\frac{\ln(x^2+3x-4)}{x}$; 13) $\lim_{x\to -\infty}\frac{\ln(x^2+2)}{x^3+1}$

14) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x-\ln(x)}{x+\ln(x)}$; 15) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x\ln(x)}$ 16) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}$

التمرين 3

أحسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالية محددا مجموعة تعريف f و f' .

1- $f(x)=\ln(x^2+1)$ 2- $f(x)=x^2-\ln x$

3- $f(x)=\frac{\ln x}{1-\ln x}$ 4- $f(x)=\ln(\frac{x-1}{x+1})$

5- $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1})$ 6- $f(x)=\ln(\ln x)$

التمرين 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x)=x+\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$

1) حدد D_f 2) بين أن f دالة فردية

3) أحسب $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

4) تحقق أن المستقيم $(\Delta): y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

5) أ – بين أن : $\forall x\in D_f : f'(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$.

ب – أعط جدول تغيرات الدالة على $]1,+\infty[$.

6) بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها محصور بين $\frac{3}{2}$ و 2.

7) أنشئ المنحنى (C_f).

التمرين 5:

1) نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x)=x^2-1+2\ln(x)$

أ - حدد D_g ثم ادرس تغيرات g.

ب - أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2) لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2}\ln(x)$

أ - حدد D_f ثم أحسب النهايات عند محدات D_f

ب – أدرس تغيرات الدالة f.

ج – أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f) د - أنشئ (C_f)

تمرين 6 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بمايلي:

$$f(x)=3-x+\frac{\ln(x)}{x^3}$$

1) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ ب : $g(x)=1-x^4-3\ln(x)$

أ - أحسب $\lim_{x\to +\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to 0^+} g(x)$.

ب – أدرس تغيرات الدالة g و أعط جدول تغيراتها.

ج – أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2) أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

3) أ - أحسب $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم $(\Delta): y=-x+3$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) .

4) أ - أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$.

ب - بين أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$.

ج - ضع جدول تغيرات الدالة f .

5) أنشئ (C_f) في معلم م م (نقبل أن (C_f) يقطع (ox) في نقطتين أفضوليهما α و β حيث $0,5\leq\alpha\leq 0,6$ و $-3\leq\beta\leq 3,1$

تمرين 7 :

I) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ ب: $h(x)=2x\sqrt{x}-2+\ln(x)$

1) أدرس تغيرات الدالة h.

2) أحسب $h(1)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ على $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بمايلي:

$$f(x)=x-1-\frac{\ln(x)}{x}$$

1) أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

2) أحسب $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty}(f(x)-x+1)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

3) بين أن $\forall x]0,+\infty[; f'(x)=\frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$.

4) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و المستقيم $(\Delta): y=x-1$

5) أنشئ المنحنى (C_f)