

**التمرين 1 :**

حدد من بين العبارات التالية، العبارة الصحيحة و العبارة الخاطئة:

1.  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

2. العدد 1419 يقبل القسمة على 11

3. العدد 211 أولي

4.  $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = 1-\sqrt{3}$

5.  $\frac{1}{\sqrt{97-56\sqrt{3}}} = 7+4\sqrt{3}$

**التمرين 2 :**

(1) P :  $(\exists x \in \mathbb{R} : 2x^2 - 5x = 3)$

(2) Q :  $(\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x^2)$

(3) R :  $(\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - x < 2)$

**التمرين 3 :**

حدد حقيقة العبارتين التاليتين :

-1  $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}) / x \leq y$

-2  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}) / x \leq y$

**التمرين 4 :**

اكتب نفي كل عبارة مما يلي ثم حدد قيمتها:

1.  $(\forall x \in \mathbb{R} : |x| \geq x)$

2.  $(\exists x \in \mathbb{R} / \sin x = x)$

3.  $(\forall x \in \mathbb{R} : |x| = x \text{ أو } |x| = -x)$

4.  $(\exists x \in \mathbb{R} / x^2 = x \text{ و } \sqrt{x} = -x)$

5.  $(\exists x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq x)$

**التمرين 5 :**ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية بحيث :  $a + b > c$ 

بين أن :  $b > \frac{c}{2}$  أو  $a > \frac{c}{2}$

**التمرين 6 :** $x$  عدد حقيقي موجب

بين أن :  $x \neq 0 \Rightarrow \frac{1}{1+\sqrt{x}} \neq 1-\sqrt{x}$

**التمرين 7 :** $x$  و  $y$  و  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية غير منعدمة

بين أن :  $\frac{1}{x^2 + y^2} > a^2 + b^2 \Rightarrow ax + by \neq 1$

**التمرين 8 :**

بين أن العبارات التالية قوانين منطقية :

$P \Rightarrow (Q \text{ أو } P)$

$(P \text{ و } Q) \Rightarrow P$

$((P \Rightarrow Q) \text{ و } (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

$((P \Rightarrow Q) \text{ و } (P \Rightarrow R)) \Leftrightarrow (P \Rightarrow (Q \text{ و } R))$

$(Q \Leftrightarrow R) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow R))$

$\overline{P \text{ و } Q} \Leftrightarrow (\overline{P} \text{ أو } \overline{Q})$

**التمرين 9 :**حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1.  $\sqrt{1+3x^2} = 2x$

2.  $\sqrt{5x-6} = -x$

3.  $\sqrt{-2-6x} = x-1$

4.  $|1+x| - |9-x| = x-2$

**التمرين 10 :**ليكن  $x$  و  $y$  عنصرين من  $\mathbb{R}$  بين أن :

-1  $1 + xy = x + y \Rightarrow (x=1 \text{ أو } y=1)$

-2  $(x \neq y \text{ و } y \neq 2) \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y$

-3  $\frac{x^2 + y^2}{2} = xy \Leftrightarrow x = y$

**التمرين 11 :**1. لكل عدد طبيعي صحيح  $n$  ، العدد  $4^n + 6n - 1$  يقبل القسمة على 9.2. لكل عدد طبيعي صحيح  $n$  ، العدد  $n(n+8)(n+13)$  يقبل القسمة على 6.3. لكل عدد طبيعي صحيح  $n$  ، العدد  $3^{2n+1} + 2^{n+2}$  يقبل القسمة على 7.

4.  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

5.  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = (n+1)^2$

6.  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

7.  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

**التمرين 12 :**(1) ليكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  و  $c$  من  $\mathbb{R}^*$  بحيث :

$|a+b| < c$  و  $|a-b| < c$

- بين أن :  $|ab| < \frac{c^2}{4}$  و  $|a| + |b| < c$

(2) ليكن  $x$  و  $y$  عنصرين من  $\mathbb{R}$  و  $\alpha$  عدد حقيقي موجب قطعاً

$(|x| < \alpha) \text{ و } (|y| < \alpha) \Leftrightarrow \left( \left| \frac{x-y}{2} \right| + \left| \frac{x+y}{2} \right| < \alpha \right)$

**التمرين 13 :**المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد و منظم  $(O, i, j)$  و  $\alpha$  عدد لاجزري .بين أنه لا يوجد أي مثلث MAB متساوي الساقين رأسه  $M\left(\frac{1}{4}, \alpha\right)$  بحيث تكون إحداثيات

النقطتين A و B كلها صحيحة نسبية .