Calcul vectoriel dans le plan

Exercice 1: *ABC est un triangle,*

1) *Construire I tel que :* $\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AB}$.
2) *Construire J tel que :* $\overrightarrow{AJ}=-2\overrightarrow{AC}$.
3) *Construire F tel que :* $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$.
4) *Construire K tel que :* $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AJ}$.
5) *Construire L tel que :* $\overrightarrow{AL}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Exercice 2: *Soit ABC un triangle, les points I, J et K trois points tels que:*

$$\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\text{ , }\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}\text{ et }\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$

Montrer que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 3: *Simplifier les écritures suivantes :*

1) $\vec{u}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{CB}$
2) $\vec{v}=\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{ED}$
3) $\vec{w}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$

Exercice 4: *Soient A, B, M et I quatre points du plan tel que :* $\overrightarrow{MI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)$.

Montrer que I est le milieu du segment [AB].

Exercice 5: *Soient A , B et C trois points non alignés du plan, I et J sont respectivement les milieux de* $[AB]$ *et* $[BC]$ *:*

1) *Montrer que :* $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
2) *Montrer que :* $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{AC}$.
3) *Construire le point M tel que :* $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.
4) *Montrer que les points I, J et M sont alignés.*

Exercice 6: *Soit ABC est triangle, les points D, E et F trois points tels que :* $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AD}$ *et* $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$.

1) *Construire la figure .*
2) *Montrer que :* $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$.
3) *Montrer que :* $\overrightarrow{FB}=\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.
4) *Montrer que les points A, F et C sont alignés.*
5) *Déduire que les droites* (AC) *et* (BE) *sont sécantes en point F.*

Exercice 7: *ABC est un triangle, les points M, N et P sont les milieux respectifs de* $[BC]$, $[AC]$ *et* $[AB]$.

Montrer que : $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$

Exercice 8: *ABC est triangle, les points I, Jet K trois points tels que :* $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ *et* $\overrightarrow{AK}=\alpha\overrightarrow{AB}$ *avec* $\alpha\in\mathbb{R}^*$. *Déterminer la valeur de* α *tel que les points I , J et K sont alignés.*

Exercice 9: *Soit ABC un triangle.*

1) *Ecrire le vecteur* $\overrightarrow{AB}$ *en fonction des deux vecteurs* $\overrightarrow{CB}$ *et* $\overrightarrow{CA}$.
2) *Soit M un point tel que* $\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ *écrire le vecteur en fonction des deux vecteurs* $\overrightarrow{CB}$ *et* $\overrightarrow{CA}$.
3) *Est-ce que le trois points A , B et M sont alignés ? justifier votre repense ?*

Exercice 10: *Soit ABC un triangle, M et N sont deux points vérifiant :* $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{NA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{NC}$.

1) *Vérifier que le deux vecteurs* $\overrightarrow{BN}$ *et* $\overrightarrow{MC}$ *sont colinéaires.*
2) *Soit I le milieu du segment* $[BN]$ *, construire le point D tel que* $\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{DI}=\vec{0}$ *, et puis montrer que BCND est un parallélogramme.*

Exercice 11: *Dans le triangle ABC, soient B' et C' deux points tels que* $\overrightarrow{AB'}=k\overrightarrow{AB}$ $\left(k\in\mathbb{R}\right)$*et*

$\overrightarrow{AC'}=(1-k)\overrightarrow{AC}$ *, et I le milieu du segment [B'C'] .*

1) *Montrer que :* $\overrightarrow{AI}=\frac{1-k}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{k}{2}\overrightarrow{AB}$.
2) *Soit* A' *le point symétrique du point A par rapport à I, montrer que :* $\overrightarrow{BA'}=\left(1-k\right)\overrightarrow{BC}$.
3) *Montrer que :* $\overrightarrow{IA}+k\overrightarrow{IB}+\left(1-k\right)\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.