الحساب المثلثي – الجزء 2

التمرين 1 : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$\sin x = \dfrac{1}{2}$; $\sin\left(\dfrac{x}{2}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos(2x) = -\dfrac{1}{2}$

$\tan x = \sqrt{3}$; $\tan\dfrac{x}{3} = -1$

التمرين 2: حل في المجال I في كل حالة من الحالات التالية المتراجحة:

$\cos x \le \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;; $I = [0, 2\pi]$

$2\sin x + \sqrt{3} < 0$;; $I = [-\pi, 3\pi]$

$\sin x + \dfrac{1}{2} \ge 0$;; $I = [-\pi, \pi]$

$\cos(2x) - \dfrac{1}{2} \ge 0$;; $I = [0, 2\pi[$

$\tan x + 1 > 0$;; $I = [0, 2\pi]$

$\tan\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) \ge \sqrt{3}$;; $I =]-\pi, \pi[$

التمرين 3: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$\sin x = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$; $\sin\left(\dfrac{x}{2}\right) = \cos x$

$\cos x = \cos\left(-\dfrac{\pi}{8}\right)$; $\cos(2x) = \cos x$

$\tan x = \tan\left(\dfrac{\pi}{11}\right)$; $\tan(2x) = \dfrac{1}{\tan x}$

التمرين 4: حل في المجال $I =]-\pi, 2\pi]$ المعادلات التالية:

1) $4\cos^2 x - 2\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)\cos x + \sqrt{6} = 0$

2) $\sin^2 x - \left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right)\sin x - \dfrac{\sqrt{3}}{4} = 0$

3) $\tan^2 x - \left(1+\sqrt{3}\right)\tan x = -\sqrt{3}$

التمرين 5: حل في المجالل $I = [0, 2\pi]$ المتراجحات التالية:

1) $3\tan^2 x - 1 > 0$

2) $\dfrac{2\sin x - 1}{2\cos x - 1} \le 0$

3) $\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x + \dfrac{3}{4} \ge 0$

التمرين 6: $P(x) = \sin^3 x - \dfrac{7}{2}\sin^2 x + \sin x + \dfrac{3}{2}$

1) نضع $Q(X) = X^3 - \dfrac{7}{2}X^2 + X + \dfrac{3}{2}$

أ- أحسب $Q(-\dfrac{1}{2})$ و $Q(1)$ و $Q(3)$.

ب- استنتج تعميلا لـ $Q(X)$.

ج- حل المعادلة $Q(X) = 0$

2) حل في $I = [0, 2\pi[$:

أ- المعادلة $P(x) = 0$.

ب- المتراجحة $P(x) < 0$.

التمرين 7: لكل x من $[0, \pi]$ نضع $A(x) = \sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}$.

1) برهن أن: $|A(x) - 1| \le \sqrt{2}$

2) برهن أن: $A(x) = \sqrt{2}\sqrt{1 + |\cos x|}$

3) استنتج أن: $1 \le A(x) \le 2$

4) ليكن $\alpha \in [0, \pi]$: حدد α علما أن: $A\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) = A(\alpha)$