

الحساب المثلثي – الجزء 1

التمرين 1: أتمم الجدول في الأسفل:

			60°		260°	قياس الزاوية بالدرجة
		$\frac{5\pi}{6}$ rad		$\frac{3\pi}{8}$ rad		قياس الزاوية بالراديان
24 grd	50 grd					قياس الزاوية بالغراد

التمرين 2:

(1) مثل على الدائرة المثلثية النقط A و B و C و D و E التي أفصليها المنحنية على التوالي: $\frac{9\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{-\pi}{6}$ و $\frac{-4\pi}{5}$ و $\frac{38\pi}{5}$.

(2) مثل على الدائرة المثلثية النقط M_k التي أفصليها المنحنية هي $\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{4}$ بحيث $k \in \mathbb{Z}$.

(3) مثل على الدائرة المثلثية باللون الأحمر المجال $I = \left[4\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ ثم باللون الأخضر المجال $J = \left[\frac{4\pi}{3}; \frac{17\pi}{4}\right]$ ، ثم استنتج $K = I \cap J$.

التمرين 3:

(1) حدد الأضلاع المنحني الرئيسي للنقطة A ذات الأضلاع المنحني $\frac{34\pi}{5}$.

(2) حدد الأضلاع المنحني الرئيسي للنقطة B ذات الأضلاع المنحني $-\frac{954\pi}{8}$.

(3) حدد الأضلاع المنحني الرئيسي للنقطة C ذات الأضلاع المنحني $\frac{2013\pi}{3}$.

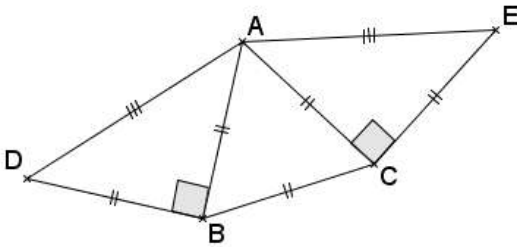
التمرين 4: في كل حالة من الحالات التالية، هل x و y أضلاع منحنين لنفس النقطة:

$$y = \frac{-6\pi}{17} \text{ و } x = \frac{11\pi}{17} \quad \text{،،،} \quad y = \frac{-2\pi}{12} \text{ و } x = \frac{-43\pi}{12} \quad \text{،،،} \quad y = \frac{-2\pi}{3} \text{ و } x = \frac{8\pi}{3} \quad \text{،،،} \quad y = \frac{-2\pi}{7} \text{ و } x = \frac{12\pi}{7}$$

التمرين 5:

في الشكل جنبا حدد القياس الرئيسي لكل زاوية من الزوايا التالية:

$$\begin{aligned} & \left(\overline{AB}; \overline{AC}\right) ; ; \left(\overline{AB}; \overline{AE}\right) ; ; \left(\overline{AB}; \overline{AD}\right) ; ; \left(\overline{BC}; \overline{AE}\right) \\ & \left(\overline{DA}; \overline{BA}\right) ; ; \left(\overline{BD}; \overline{BA}\right) ; ; \left(\overline{AE}; \overline{AD}\right) ; ; \left(\overline{AE}; \overline{DA}\right) \end{aligned}$$



التمرين 6: حدد قياس الزاوية α في كل حالة من الحالات التالية:

$$\cdot -\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2} \text{ و } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\cdot -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \text{ و } \tan \alpha = -1 \quad (4)$$

$$\cdot \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ و } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\cdot \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ و } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

التمرين 7: أحسب: $\sin\left(-\frac{25\pi}{3}\right)$; $\tan\left(\frac{163\pi}{4}\right)$; $\cos\left(-\frac{125\pi}{6}\right)$; $\sin\left(\frac{170\pi}{3}\right)$; $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

التمرين 8:

$$\cdot \cos \alpha \text{ و } \sin \alpha \text{ ، } \alpha \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[\text{ و } \tan \alpha = -\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$\cdot \cos \alpha \text{ و } \sin \alpha \text{ ، } \alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ و } \tan \alpha = \sqrt{2} - \sqrt{3} \quad (2)$$

$$\cdot \tan \alpha \text{ و } \sin \alpha \text{ ، } \alpha \in \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ و } \cos \alpha = -\frac{12}{13} \quad (3)$$

التمرين 9:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5} \quad (1) \text{ ، أحسب } \sin \alpha \text{ و } \cos \alpha .$$

$$2 \sin^2 \alpha + 5 \cos \alpha - 4 = 0 \quad (2) \text{ ، أحسب } \sin \alpha \text{ و } \cos \alpha \text{ ، } \alpha \in [0; \pi[$$

$$\text{التمرين 10: علما أن: } \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \text{ ، فاحسب } \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \text{ و } \tan\left(\frac{\pi}{12}\right) \text{ و } \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ و } \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ و } \tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$\text{و } \sin\left(\frac{11\pi}{12}\right) \text{ و } \tan\left(-\frac{13\pi}{12}\right) \text{ و } \sin\left(\frac{145\pi}{12}\right) \text{ و } \tan\left(-\frac{85\pi}{12}\right)$$

التمرين 11: أحسب:

$$A = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$B = \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{9\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{11\pi}{12}\right)$$

$$C = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \dots + \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$$

التمرين 12: بسط ما يلي:

$$E = \cos^6(x) + \sin^6(x) + \cos^4(x) + \sin^4(x) + 5 \sin^2(x) \times \cos^2(x)$$

$$F = 3 \sin^4(x) + 3 \cos^4(x) - 2 \sin^6(x) - 2 \cos^6(x)$$

$$G = \sin^6(x) + \cos^6(x) + 3 \sin^2(x) \times \cos^2(x)$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$D = \frac{\sin^2 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \cos^4 x}$$

التمرين 13:

في الشكل جانبا، مثلث ABC مثلث متساوي الساقين في A ، H المسقط العمودي لـ A على (BC) .

نضع: $\widehat{BAH} = \alpha$ و $AH = h$ و $AB = a$ و $BC = b$.

(1) أكتب $\sin(2\alpha)$ و $\cos(2\alpha)$ بدلالة a و b و h .

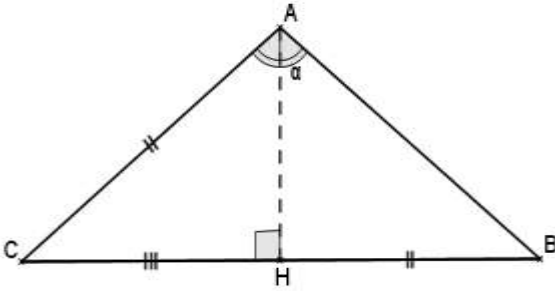
(2) استنتج أن: $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$.

(3) أ- أدرس إشارة $\cos(2\alpha)$ في الحالتين: $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

ب- أدرس إشارة $2 \cos^2 \alpha - 1$ بالنسبة لـ $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

ج- بين أن: $\cos(2\alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1$.

د- أحسب النسب المثلثية لـ: $\frac{\pi}{8}$ و $\frac{\pi}{12}$.



التمرين 14: مثلث ABC مثلث جميع زواياه حادة، و H المسقط العمودي لـ B على (AC) .

(1) بين أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AH \times AC$.

(2) استنتج أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$.

(3) تطبيقات: EFG مثلث بحيث: $\widehat{EGF} = \frac{\pi}{3}$ و $FG = 4$ و $EG = 3$ ، أحسب EF .