

Ensembles N et notions en arithmétique

Dans toutes les exercices, n est un entier naturel

Exercice1:

- 1) donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
- 2) donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
- 3) donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
- 4) donner tous les nombres premier inférieur à 60.
- 5) est-ce que 13 divise 704 ? justifier votre réponse ?
- 6) est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

Exercice2: décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :
161 §§ 144 §§ 10000 §§ 23000 §§ 1080 §§ 1400×49

Exercice3: à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{48}{75} \text{ §§ } \frac{64}{144} \text{ §§ } \frac{235}{300} \text{ §§ } \frac{161}{46} \text{ §§ } \frac{5175}{12375} \text{ §§ } \frac{48 \times 150}{56 \times 140}$$

Exercice4: à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier les écritures suivantes :

$$\sqrt{75} \text{ §§ } \sqrt{164} \text{ §§ } \sqrt{738} \text{ §§ } \sqrt{1690} \text{ §§ } \sqrt{1044} \text{ §§ } \sqrt{34 \times 80 \times 51}$$

Exercice5: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

- 1) x=75 et y= 325.
- 2) x=330 et y= 420.
- 3) x=214 et y= 816.
- 4) x=575 et y= 1275.
- 5) x=132 et y= 666.

Exercice6: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

- 6) x=75 et y= 325.
- 7) x=330 et y= 420.
- 8) x=214 et y= 816.
- 9) x=575 et y= 1275.
- 10) x=132 et y= 666.

Exercice7:

- 1) est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre réponse ?
- 2) montrer que 1000000001 ; $3^{20} - 1$ et 123456^3 ne sont pas des nombres premiers.
- 3) déterminer le reste de la division euclidienne de $(13^{10} + 3)^2$ par 13.
- 4) montrer que $499999^2 + 999999$ est divisible par 25.

Exercice8: le reste de la division euclidienne d'un nombre entier naturel X par 12 égale à 6, qu'il est le reste de la division euclidienne du même nombre X par 4 ; 3 et 2 ?

Exercice9: déterminer les nombres paires et les nombres impaires :

$$\begin{aligned} &2^2 + 1 \text{ ;; } 15^2 \times 9^2 \text{ ;; } 15^2 - 13^2 \text{ ;; } 15^3 + 12^3 \text{ ;; } 642 \times 97681 \text{ ;; } (41^2 + 765^2)^7 \\ &2176543 \times 34569820 \text{ ;; } 97^3 \times 97^2 \text{ ;; } 2n + 8 \text{ ;; } 4n^2 + 1 \text{ ;; } n(n + 1) \\ &3n^2 + n \text{ ;; } n + (n + 1) + (n + 2) \text{ ;; } 5n^2 + 5n + 1 \text{ ;; } 8n^2 + 8n + 1 \\ &(n + 1)(n + 2)(n + 3) \text{ ;; } 2n^2 + 4n + 7 \text{ ;; } 2012^2 n^2 + 2009^2 \text{ ;; } (2n + 5)(2n + 6) \\ &n(n + 3) \text{ ;; } 1 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 \text{ ;; } n^2 - 3n + 4 \text{ ;; } n^2 + 3n + 4 \end{aligned}$$

Exercice10: a et b deux nombres entiers naturels vérifiant : $ab = 2880$ et $\text{pgcd}(a;b) = 24$.
déterminer les nombres a et b.

Exercice11: soient x et y deux entiers naturels non nuls, on pose $a = x + y - 1$ et $b = x - y + 2$:

- 1) calculer $a + b$ et déduit que a et b sont de parités différentes.
- 2) montrer que $(x + y - 1)(x - y + 2) = x^2 - y^2 + x + 3y - 2$.
- 3) déterminer les couple d'entiers naturelles (x ;y) vérifiant l'équation : $x^2 - y^2 + x + 3y - 4 = 0$.

Exercice12: montrer que les nombres suivants sont des impaires :

$$n^2 + 13n + 17 \quad ; ; \quad n^3 - n + 1 \quad ; ; \quad (2n + 2)^2 - (2n + 1)^2$$

Exercice13: vérifier que : $n^2 + 11n + 30 = (n + 5)(n + 6)$ puis déduit la parité de $n^2 + 11n + 30$.

Exercice14:

- 1) montrer que 4 divise le nombre $n^4 - n^2 + 4^2$
- 2) n entier naturel non nul , montrer que $n(n^4 - 1)$ est divisible par 5.
- 3) n entier naturel non nul, montrer que $n^3 - n$ est divisible par 5.

Exercice15: dans ce qui suit n est entier naturel impaire.

- 1) montrer que $n^2 + 2n + 1$ est divisible par 4.
- 2) montrer que $n^2 - 1$ est divisible par 8.
- 3) déduire que $n^4 - 1$ est divisible par 16.

Exercice16: n un entier naturel supérieur ou égale à 2.

- 1) monter qu'on peut écrire le nombre $n^4 + 4$ sous forme de différence de deux carrés parfaits.
- 2) déduit que $n^4 + 4$ n'est pas premier.

Exercice17: écrit sous forme de carré parfait :

- 1) $A = (n^3 + 3n^2 + n)(n^3 + 3n^2 + n + 2) + 1$
- 2) $B = n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1$

Exercice18: n et m sont des nombres entiers naturels impaires.

- 1) montrer que $m^2 + n^2 + 6$ est divisible par 8.
- 2) montrer que $m^2 + n^2 - 2$ est divisible par 8.

Exercice19: monter que $\frac{n(n + 1)(n + 2)}{3} \in \mathbb{N}$

Exercice20: X ; Y et Z sont des chiffres (0 ;1 ;2 ;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;9), $\overline{XY} = 10X + Y$ et $\overline{XYZ} = 100X + 10Y + Z$.

- 1) montrer que $\overline{XY} + \overline{YX}$ est divisible par 11.
- 2) on suppose que $X > Y$, montrer que $\overline{XY} - \overline{YX}$ est divisible par 9.
- 3) on suppose que $X + Z = Y$, montrer que \overline{XYZ} est divisible par 11.
- 4) on suppose que $X + Y + Z$, montrer que \overline{XYZ} est divisible par 9.
- 5) on suppose que $X > Z$, montrer que $\overline{XYZ} - \overline{ZYX}$ est divisible par 99.