Ensembles IN et notions en arithmétique

Dans toutes les exercices, n est un entier naturel

exercice1:

1) Donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
2) Donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
3) Donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
4) Détérminer tous les nombres premier inférieur à 60.
5) Est-ce que13 divise 704 ? justifier votre réponse ?
6) Est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

exercice2: Décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :

161 §§ 144 §§ 10000 §§ 23000 §§ 1080 §§ 1400×49.

exercice3: à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{48}{75} \text{ §§ } \frac{64}{144} \text{ §§ } \frac{235}{300} \text{ §§ } \frac{161}{46} \text{ §§ } \frac{5175}{12375} \text{ §§ } \frac{48\times150}{56\times140}$$

exercice4: à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier les écritures suivantes :

$$\sqrt{75} \text{ §§ } \sqrt{164} \text{ §§ } \sqrt{738} \text{ §§ } \sqrt{1690} \text{ §§ } \sqrt{1044} \text{ §§ } \sqrt{34\times80\times51}$$

exercice5: Déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

1) $x=75$ et $y=325$.
2) $x=330$ et $y=420$.
3) $x=214$ et $y=816$.
4) $x=575$ et $y=1275$.
5) $x=132$ et $y=666$.

exercice6: Déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

1) $x=75$ et $y=325$.
2) $x=330$ et $y=420$.
3) $x=214$ et $y=816$.
4) $x=575$ et $y=1275$.
5) $x=132$ et $y=666$

exercice7:

1) Est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier la réponse ?
2) Montrer que 1000000001 ; $3^{20}-1$ et 123456^{3} ne sont pas des nombres premiers.
3) Déterminer le reste de la division euclidienne de $(13^{10}+3)^{2}$ par 13.
4) Montrer que $(499999)^{2}+999999$ est divisible par 25.

exercice8: Le reste de la division euclidienne d'un nombre entier naturel x par 12 est égale à 6, quel est le reste de la division euclidienne du même nombre x par 4 ; 3 et 2 ?

exercice9: Déterminer les nombres pairs et les nombres impairs :

$$2^2+1 \;;;\; 15^2\times9^2 \;;;\; 15^2-13^2 \;;;\; 15^3+12^3 \;;;\; 642\times97681 \;;;\; \left(41^2+765^2\right)^7$$

$$2176543\times34569820 \;;;\; 97^3\times97^2 \;;;\; 2n+8 \;;;\; 4n^2+1 \;;;\; n(n+1)$$

$$3n^2+n \;;;\; n+(n+1)+(n+2) \;;;\; 5n^2+5n+1 \;;;\; 8n^2+8n+1$$

$$(n+1)(n+2)(n+3) \;;;\; 2n^2+4n+7 \;;;\; 2012^2n^2+2009^2 \;;;\; (2n+5)(2n+6)$$

$$n(n+3) \;;;\; 1+(n+1)^2+(n+2)^2 \;;;\; n^2-3n+4 \;;;\; n^2+3n+4$$

exercice10: *a et b deux nombres entiers naturels vérifiant : ab = 2880 et pgcd(a;b) = 24.*
Déterminer les nombres a et b.

exercice11: *Soient x et y deux entiers naturels non nuls, on posent $a = x + y - 1$ et $b = x - y + 2$:*
1) *Calculer $a + b$ et déduit que a et b sont de parités différentes.*
2) *Montrer que $(x + y - 1)(x - y + 2) = x^2 - y^2 + x + 3y - 2$.*
3) *Déterminer les couples d'entiers naturels (x ;y) vérifiant l'équation : $x^2 - y^2 + x + 3y - 4 = 0$*

exercice12: *Montrer que les nombres suivants sont des impairs :*

$$n^2 + 13n + 17 \quad ;;; \quad n^3 - n + 1 \quad ;;; \quad (2n+2)^2 - (2n+1)^2$$

exercice13: *Vérifier que :* $n^2 + 11n + 30 = (n+5)(n+6)$ *puis déduire la parité de* $n^2 + 11n + 30$ *.*

exercice14: *n est un entire naturel non nul,*
1) *Montrer que le nombre $n^4 - n^2 + 4^2$ est divisible par 4.*
2) *Montrer que le nombre $n(n^4 - 1)$ est divisible par 5.*
3) *Montrer que $n^3 - n$ est divisible par 3.*

exercice15: *n un nombre entire naturel impair,*
1) *Montrer que $n^2 + 2n + 1$ est divisible par 4.*
2) *Montrer que $n^2 - 1$ est divisible par 8.*
3) *Déduire que $n^4 - 1$ est multiple de 16.*

exercice16: *n un entier naturel supérieur ou égale à 2,*
1) *Monter qu'on peut écrire le nombre $n^4 + 4$ sous forme de déférence de deux carrés parfaits.*
2) *Déduire que $n^4 + 4$ n'est pas un nombre premier.*

exercice17: *Écrire sous la forme d'un carré parfait*
1) *$A = (n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1$*
2) *$B = n(n+1)(n+2)(n+3)+1$*

exercice18: *n et m sont deux entiers naturels premiers*
1) *Montrer que le nombre m^2+n^2+6 est divisible par 8.*
2) *Montrer que m^2+n^2-2 est un multiple de 8.*

exercice19:

Montrer que: $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3} \in \mathbb{N}$ *.*

exercice20: *Dans cet exercice X ; Y et Z sont des chiffres de 0 à 9, exemple :*

$$\overline{XY} = 10X + Y \quad et \quad \overline{XYZ} = 100X + 10Y + Z .$$

1) *Montrer que $\overline{XY} + \overline{YX}$ est divisible par 11.*
2) *On suppose que $X > Y$,montrer que $\overline{XY} - \overline{YX}$ est divisible par 9.*
3) *On suppose que $X + Z = Y$,montrer que $\overline{XYZ}$ est divisible par 11.*
4) *On suppose que $X + Y + Z$ un multiple de 9,montrer que $\overline{XYZ}$ est divisible par 9.*
5) *Si $X > Z$ montrer que $\overline{XYZ} - \overline{ZYX}$ divisible par 99.*