La projection

Exercice 1: ABC est un triangle, M un point vérifiant: $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

- Soit M_1 le projeté de M sur (AC) parallèlement à (BC).
- M_2 le projeté de M_1 sur (BC) parallèlement à (BA).
- M' le projeté de M_2 sur (AB) parallèlement à (AC).

1) Écrire $\overrightarrow{BM'}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$.
2) Montrer que les segments [AB] et [MM'] ont le même milieu.

Exercice 2: Dans un triangle ABC, soient E et F deux points quelconque respectivement de (AB) et (AC), la droite parallèle à (CE) passant par le point F coupe (AB) en E', la parallèle à (BF) passant par E coupe (AC) en F'.

1) Montrer que: $AE'\times AC = AF'\times AB$
2) Déduire que : $(BC) // (E'F')$

Exercice 3: ABCD est un quadrilatère convexe, O est le point d'intersection de [AC] et [BD]. La droite parallèle à (BC) passant par O coupe (AB) en E, et la droite parallèle à (DC) passant par O coupe (AD) en F.

Démontrer que (BD)//(EF).

Exercice 4: ABCD est un quadrilatère convexe, et M un point tel que $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

Soit N le projeté de M sur (BC) parallèlement à (AC).
Et P le projeté de N sur (CD) parallèlement à (BD).

1) Montrer que: $\overrightarrow{DP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$
2) Soit Q un point vérifiant $\overrightarrow{DQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$, montrer que MNPQ est un parallélogramme.

Exercice 5: ABC est un triangle, M un point de [AB] et M' son projeté sur (AC) parallèlement à (BC), soit D le projeté de M' sur (BC) parallèlement à (AB).

Montrer que: $\frac{MM'}{BC}=1-\frac{CD}{CB}$

Exercice 6: ABCD est un trapèze avec $\overrightarrow{DC} = \frac{10}{3}\overrightarrow{AB}$, I et J sont deux points tels que : $\overrightarrow{IA} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{JA} = \frac{4}{3}\overrightarrow{JD}$. les droites parallèles à (AB) passant respectivement par I et J coupent la droite (BC) en N et Q. la parallèle à (AD) passant par B coupent (DC) en E, (NI) en K et (JQ) en H .

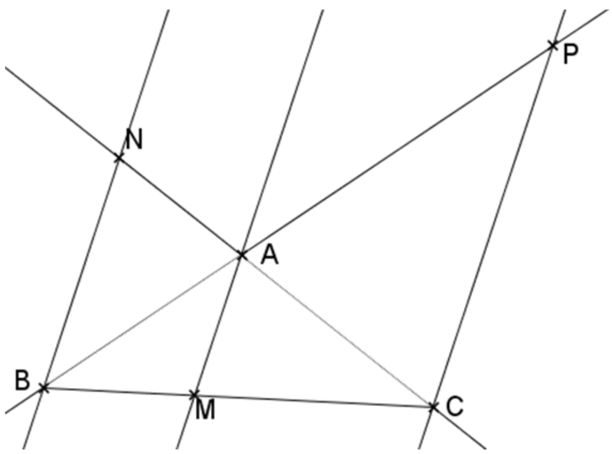
Déterminer les nombres reels a, b et c tels que: $\overrightarrow{KN} = a.\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{HQ} = b.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EC} = c.\overrightarrow{AB}$.

Exercice 7: l'objectif de cet exercice est de démontrer le Théorème de CEVA :

ABC est un triangle et M $\in$ (BC); N$\in$ (AC) et P $\in$ (AB) , distincts de A, B et C, tels que: (AM) // (BN) // (CP) .

1) Montrer que : $\frac{AB}{AP} = \frac{MB}{MC}$.
2) Montrer que: $\frac{BP}{BA} = \frac{NC}{NA}$.
3) Déduire que $\frac{MB}{MC} \times \frac{NC}{NA} \times \frac{PA}{PB} = 1$.

Exercice 8: ABC est un triangle et M $\in$ [BC]; N $\in$ (AC) et P$\in$ (AB) , distincts de A, B et C, tels que: (AM) // (BN) // (CP) .



1) Montrer que : $\frac{MA}{CP} = \frac{BM}{BC}$ et $\frac{MA}{BN} = \frac{CM}{CB}$.
2) Déduire que : $\frac{1}{AM} = \frac{1}{BN} + \frac{1}{CP}$.
3) En utilisant les résultats précédents, construire un segment de longueur h à partir de deux segments de longueurs a et b, telles que : $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$