

الإسقاط

التمرين 1:

ABC مثلث، ولتكن M نقطة بحيث: $\overline{AM} = \frac{2}{5}\overline{AB}$

- ✓ ولتكن M_1 مسقط النقطة M على المستقيم (AC) بتوازي مع المستقيم (BC).
- ✓ ولتكن M_2 مسقط النقطة M_1 على المستقيم (BC) بتوازي مع المستقيم (BA).
- ✓ ولتكن M' مسقط النقطة M_2 على المستقيم (AB) بتوازي مع المستقيم (AC).

- (1) أكتب $\overline{BM'}$ بدلالة \overline{BA} .
- (2) استنتج أن للقطعتين [AB] و [MM'] نفس المنتصف.

التمرين 2:

ABC مثلث، E و F نقطتين من (AB) و (AC) على التوالي. الموازي لـ (CE) و المار من F يقطع (AB) في E' و الموازي لـ (BF) و المار من E يقطع (AC) في F'.

- (1) بين أن: $AE' \times AC = AF' \times AB$
- (2) استنتج أن: $(BC) \parallel (E'F')$.

التمرين 3:

ABCD رباعي محدب قطراه متقاطعان في نقطة O. المستقيم المار من O و الموازي لـ (BC) يقطع (AB) في E، و الموازي لـ (DC) و المار لـ O يقطع المستقيم (AD) في F. بين أن: $(BD) \parallel (EF)$.

التمرين 4:

ABCD رباعي محدب ولتكن M نقطة تحقق $\overline{BM} = \frac{1}{3}\overline{BA}$

لتكن N مسقط النقطة M على (BC) بتوازي مع (AC).
و P مسقط النقطة N على (CD) بتوازي مع (BD).

(1) بين أن: $\overline{DP} = \frac{1}{3}\overline{DC}$

(2) نعتبر النقطة Q بحيث $\overline{DQ} = \frac{1}{3}\overline{DA}$ ، بين أن الرباعي MNPQ متوازي الأضلاع.

التمرين 5:

ABC مثلث و M نقطة من القطعة [AB] و M' مسقطها على (AC) بتوازي مع (BC). النقطة D هي مسقط النقطة M' على (BC) بتوازي مع (AB):

بين أن: $\frac{MM'}{BC} = 1 - \frac{CD}{CB}$

التمرين 6:

ليكن ABCD شبه منحرف بحيث $\overline{DC} = \frac{10}{3}\overline{AB}$ و I و J نقطتين حيث $\overline{JA} = \frac{4}{3}\overline{JD}$ و $\overline{IA} = \frac{-4}{3}\overline{ID}$

الموازيان لـ (AB) و المارين من I و J يقطعان (BC) في N و Q على التوالي. الموازي لـ (AD) و المار من B يقطع (DC) في E و (NI) في K و (JQ) في H.

حدد الأعداد a و b و c بحيث: $\overline{KN} = a.\overline{CE}$ و $\overline{EC} = c.\overline{AB}$ و $\overline{HQ} = b.\overline{AB}$

التمرين 7:

الهدف من هذا التمرين هو البرهان على مبرهنة سيفال CEVA: ABC مثلث معلوم و M و N و P ثلاث نقط على التوالي من (BC) و (AC) و (AB) و مخالفة لـ A و B و C.

حيث: $(AM) \parallel (BN) \parallel (CP)$.

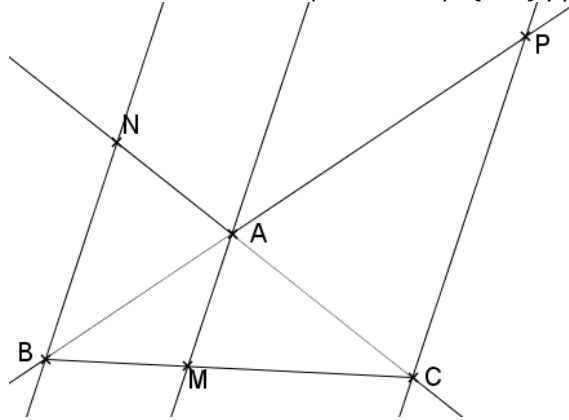
(1) بين أن: $\frac{AB}{AP} = \frac{MB}{MC}$

(2) بين أن: $\frac{BP}{BA} = \frac{NC}{NA}$

(3) بين أن: $\frac{MB}{MC} \times \frac{NC}{NA} \times \frac{PA}{PB} = 1$

التمرين 8:

ABC مثلث معلوم و M و N و P ثلاث نقط على التوالي من القطعة [BC] والمستقيم (AC) و المستقيم (AB) و مخالفة لـ A و B و C. حيث: $(AM) // (BN) // (CP)$. (أنظر الشكل)



$$(1) \text{ بين أن: } \frac{MA}{BN} = \frac{CM}{CB} \text{ و } \frac{MA}{CP} = \frac{BM}{BC}$$

$$(2) \text{ استنتج أن: } \frac{1}{AM} = \frac{1}{BN} + \frac{1}{CP}$$

(3) باستعمال النتائج السابقة أنشئ قطعة طولها h انطلاقا من قطعتين معلومتين طولهما a و b

$$\text{علما أن: } \frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

التمرين 9:

ABC مثلث، و G مركز ثقله.

نعتبر المستقيم (D) لا يمر من G و يقطع المستقيمت (AG) و (BG) و (CG) على التوالي في M و N و P.

نضع: $\overrightarrow{GA} = x\overrightarrow{GM}$ و $\overrightarrow{GB} = y\overrightarrow{GN}$ و $\overrightarrow{GC} = z\overrightarrow{GP}$ حيث x و y و z أعداد حقيقية غير منعدمة.

باستعمال الإسقاط على المستقيم (AG) بتوازي مع المستقيم (D).

$$\text{بين أن: } x + y + z = 0$$

التمرين 10: (مبرهنة منلايوس MENELAUS)

ليكن ABC مثلثا و (D) مستقيم لا يمر من أي رأس من رؤوس المثلث ABC و يقطع (BC) و (CA) و (AB) على

التوالي في M و N و P.

$$\text{أثبت أن: } \frac{MB}{MC} \times \frac{NC}{NA} \times \frac{PA}{PB} = 1$$

التمرين 11:

ABC مثلث و M نقطة بحيث $\overrightarrow{AM} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB}$ و $\alpha \in \mathbb{R}^* - \{1\}$. نعتبر N مسقط النقطة M على (AC) بتوازي مع

(BC) و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

لتكن I نقطة تقاطع (MN) و (AH).

$$(1) \text{ بين أن: } \overrightarrow{AI} = \alpha \cdot \overrightarrow{AH} \text{ و } \overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$(2) \text{ بين أن: } \frac{S}{S'} = \alpha^2 \text{ حيث } S \text{ مساحة المثلث } AMN \text{ و } S' \text{ مساحة المثلث } ABC.$$