بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
أكاديمية جهة درعة تافيلالت - نيابة زاكورة
ثانوية سيدي عمرو - تازارين

سلسلة الأولمبياد رقم 1

المراحل التمهيدية

المستوى : جذع مشترك علوم 1-2-3

الأستاذ : عيسى هياب

المتفاوتات

لتكن x و y و a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعا:

1- أ- بين أن $x+y\ge 2\sqrt{xy}$

ب- استنتج أن $(a+b)(b+c)(c+a)\ge 8abc$

2- أ- بين أن $x+\frac{1}{x}\ge 2$

ب- استنتج أن $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\ge 9$

ج- بين أن $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}\ge 6$

3- أ- بين أن $y^2+1\ge 2y$

ب- استنتج أن $\frac{a^2+1}{b}+\frac{b^2+1}{a}\ge 4$

4- بين أن : $\frac{x+y}{x^2+y^2}\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

لتكن x و y و z أعداد حقيقية موجبة بحيث : $xyz(x+y+z)=1$

بين أن $(x+y)(y+z)\ge 2$

لتكن m و x و y و z أعداد حقيقية موجبة بحيث : $x+y+z=1$

أ- تحقق أن $\sqrt{m}\le\frac{m+1}{2}$

ب- استنتج أن : $\sqrt{2x+1}+\sqrt{2y+1}+\sqrt{2z+1}\le 4$

لتكن x_1 و x_2 و y_1 و y_2 أعداد حقيقية

بين أن: $\left(x_1^2+x_2^2\right)\left(y_1^2+y_2^2\right)\ge\left(x_1y_1+x_2y_2\right)^2$

← هذه المتفاوتة تسمى متفاوتة كوشي شوارتز.

ب- استنتج أن $2\left(x_1^2+x_2^2\right)\ge\left(x_1+x_2\right)^2$

و $\left(x_1+x_2\right)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)\ge 4$

لتكن x_1 و x_2 أعداد حقيقية

نضع : $Q=\frac{1}{2}\left(x_1^2+x_2^2\right)$ (الوسط التربيعي: le milieu Quadratique)

و $A=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2$ (الوسط الحسابي: le milieu Arithmétique)

و $G=x_1\times x_2$ (الوسط الهندسي: le milieu Géométrique)

و $H=\frac{2}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}}$ (الوسط التوافقي: le milieu Harmonique)

بين أن $Q\ge A\ge G\ge H$

العمليات

ليكن x و y عددان حقيقيان بحيث : $\frac{x^2+y^2}{2}=xy$

بين أن $x=y$

ليكن a عدد حقيقيا غير منعدم بحيث $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$

احسب $a^2+\frac{1}{a^2}$ و $a^3+\frac{1}{a^3}$

ليكن $a,b\in\mathbb{R}_+$ بحيث: $a+b+2\sqrt{ab}=2(b-a)$

بين أن $\frac{b}{a}=9$

بين أن

$$\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}+\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right)\right]^{2016}+\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}+\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right)\right]^{2017}=0$$

قارن العددين 7^{24} و 4^{36} .

---

x و y قياسا زاويتين حادتين و a عدد حقيقي حيث $a\ge\frac{3}{2}$

علما أن $\sin(x)=\sqrt{\frac{3a-2}{3a}}$ و $\tan(y)=\sqrt{\frac{3a-2}{2}}$ بين أن $x=y$

الهندسة

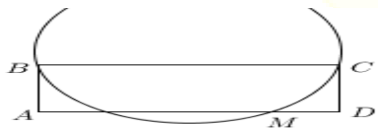
ABC مثلث و M منتصف القطعة $[BC]$

بين أن $AB+AC-BC\prec 2AM$

علما أن (C) دائرة قطرها $BC=8$

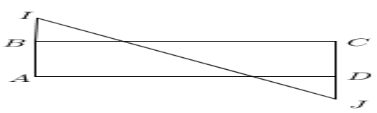
والنقطة M منها بحيث $CM=4$

احسب مساحة المستطيل $ABCD$



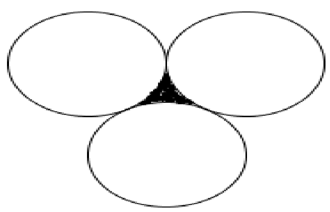
نعتبر الشكل جانبه حيث $ABCD$ مستطيل.

بحيث $AB=10$ و $BI=2$ و $DJ=4$ و $IJ=18$



احسب AD

لتكن C_1 و C_1 و C_1 ثلاث دوائر متماسة ولها نفس الشعاع R :



احسب بدلالة R مساحة الجزء الأسود.