

أولمبياد الرياضيات السنة الثالثة ثانوي إحصائي

2006

مدة الإنجاز ساعتان و نصف

التمرين الأول:

ليكن A عددا مكونا من رقمين $A = \overline{xy}$ (رقم وحداته y و رقم عشرته x)
 وليكن B العدد الذي رقم وحداته x و رقم عشرته y : $B = \overline{yx}$
 بين أن العدد A+B قابل للقسمة على 11

التمرين الثاني:

الأعداد a و b و c موجبة قطعاً :

$$1. \text{ بين أن : } \frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$$

$$2. \text{ استنتج أن : } \frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ac}{a+c} \leq \frac{a+b+c}{2}$$

$$3. \text{ بين أن : } a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2) \geq 6abc$$

التمرين الثالث:

N عدد صحيح طبيعي غير منعدم , أحسب المجموعين E و F بدلالة N :

$$E = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{(N-1)N}$$

$$F = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^N$$

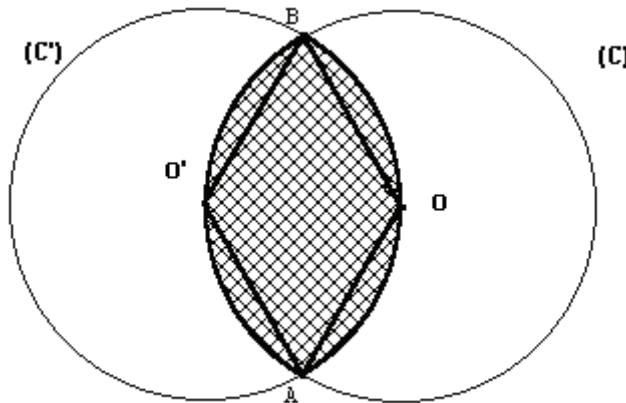
التمرين الرابع:

(D₁) و (D₂) مستقيمان متوازيان و (D₃) قاطع لهما :

1. أنشئ الشكل و جميع الدوائر (C) , بحيث الدائرة (C) متماسة مع المستقيمتين (D₁) و (D₂) و (D₃).
2. كم هو عدد هذه الدوائر (C) المحققة لشرط السؤال السابق ؟

التمرين الخامس:

(C) و (C') دائرتان مركزاهما على التوالي O و O' و لهما نفس الشعاع $r = OO'$.
 أحسب بدلالة r مساحة الجزء المخدوش



A و B نقطتي تقاطع الدائرتين (C) و (C') .